مسابقه متر- پنجمین دوره-مرداد ۱۴۰۵

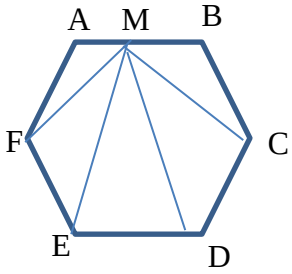
بخش عملی شفاهی مرحله سوم- پایه نهم

توجه: فقط به چهار سؤال از هشت سؤال زیر پاسخ دهید. ۱-هر گروه باید تا ساعت ۱۶ روز جمعه ۱۶ مرداد یک پاسخنامه به صورت فایل پی دی اف آماده کند و برای مدیر خانه شهر خود ارسال کند. ۲-پاسخ ها باید همراه با دلیل کامل نوشته شوند.در جلسه داوری از دلایل درستی نوشته های شما مانند فرمول های استفاده شده سوال می شود. ۳-تاخیر در ارسال موجب کسر نمره می شود. ۴- دانش آموزان عزیز در زمان امتحان شفاهی که زمان آن به شما اعلام می شود جهت پاسخگویی به سوالات داوران نسخه ای از پاسخنامه تحویل داده شده را همراه داشته باشید.. داوران از همه اعضای گروه سوال می کنند.	مشخصات اعضای تیم ۱- ۲- ۳- نام خانه ریاضیات :

ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	یک مجموعه را جمع باز گوییم اگر برای هر دو عضو متمایز مجموعه، حاصل جمع آن دو عضو در مجموعه نباشد. بزرگترین زیرمجموعه اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰ که جمع باز باشد چند عضوی است؟ چرا؟	۴
۲	اعداد ۱ تا ۱۰۰ را روی تابلو نوشته‌ایم، هربار دو عدد a, b از بین آن‌ها را پاک کرده و اگر $a+b$ فرد است به جای آن $a+b+1$ می‌نویسیم و اگر $a+b$ زوج است به جای آن $a+b-2$ می‌نویسیم این کار را ادامه می‌دهیم تا تنها یک عدد روی تابلو باقی بماند حداقل و حداکثر آن عدد چقدر است؟	۴

۳	۵ تیم a, b, c, d, e در یک دوره بازی شرکت کرده‌اند. هر نفر دقیقاً یک بازی با بقیه داشته است (تساوی یک امتیاز، برد ۳ امتیاز، باخت ۰ امتیاز) اگر b نفر دوم باشد و امتیازش با جمع امتیازهای c, e, d برابر باشد نفر سوم چند امتیاز دارد؟	۵
۴	عدد x را از مجموعه $A = \{4و8و12و \dots و120\}$ و عدد y را از مجموعه $B = \{-4و-8و-12و \dots و-120\}$ انتخاب می‌کنیم. حاصل $\frac{x}{y}$ چند مقدار مختلف دارد؟	۵

۵	شورای خانه‌های ریاضیات ایران هر ساله سه مسابقه در قالب تیم‌های سه نفره برگزار می‌کند. این مسابقات عبارتند از مسابقه تیمی ریاضی (متر)، مسابقه کتابخوانی تیمی ریاضی (کتر) و مسابقه مدلسازی ایلیمپیاد. شورای خانه‌های ریاضیات ایران، علاوه بر جوایز معمول در هر مسابقه، سه جایزه تکمیلی نیز طراحی کرده است: "بهترین تیم در مسابقه کتر در بین ۵ تیم برتر در مسابقه متر" "بهترین تیم در مسابقه متر در بین ۵ تیم برتر در مسابقه ایلیمپیاد" "بهترین تیم در مسابقه ایلیمپیاد در بین ۵ تیم برتر در مسابقه کتر" گروه کیهان، محمد و دانیال ادعا کرده است که هر سه جایزه تکمیلی را برده است، هر چند در هیچ مسابقه‌ای در بین سه تیم اول نیست. کمترین تعداد افراد شرکت کننده در مسابقه چند نفر است؟ (تیم‌ها اشتراکی ندارند و هر تیم با یک چینش ثابت در همه مسابقات شرکت کرده است.)	۵
۶	اگر n یک عدد طبیعی باشد که بتوان آن را به صورت $x^{11}y^{15}$ نوشت که x و y دو عدد طبیعی هستند نشان دهید n را می توان به صورت t^4z^7 نوشت که t و z دو عدد طبیعی باشند.	۵

۷	فرض کنید n یک عدد طبیعی است. علی و آرمان این بازی را انجام می دهند ابتدا علی سه رقم متمایز بین ۰ تا ۹ را انتخاب می کند.و سپس آرمان رقم های انتخاب شده را به ترتیبی که خودش می خواهد در کنار هم می نویسد که یک عدد ۲ یا ۳ رقمی ایجاد شود(۲ رقمی وقتی ایجاد می شود که رقم صفر بین ارقام انتخاب شده باشد و در سمت چپ قرار گیرد). اگر عدد حاصل بر n بخش پذیر شد علی برنده است و در غیر این صورت آرمان برنده است. به ازای چه مقادیری از n علی طوری می تواند بازی کند که آرمان نتواند جلوی پیروزی علی را بگیرد؟	۶
۸	مطابق شکل نقطه M روی ضلع AB از شش ضلعی منتظم ABCDEF قرار دارد, ضلع AB را به دو قسمت به طول AM= x و MB= y تقسیم کرده تقسیم کرده است ثابت کنید $\frac{S(FME)}{S(CMD)} = \frac{2x+y}{2y+x}$ 	۶

دانش آموزان عزیز، خسته نباشید، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید