دانش‌آموزان عزیز ضمن تبریک به شما برای شرکت در این مسابقه و با آرزوی موفقیت، لطفا به نکات زیر توجه کنید.

خانه ریاضیات شهر : .....

مشخصات اعضای تیم: ۱-..... ۲- ..... ۳-.....

ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	در یک نمایشگاه بزرگ خودرو ۴۶۵ خودرو وجود دارد نسبت خودروهای پراید به پژو در این نمایشگاه ۷ به ۵ است و همچنین نسبت خودروهای پژو به سایر خودروها(به جز پژو و پراید) در این نمایشگاه ۴ به ۹ است تعداد خودروهای پراید موجود در این نمایشگاه چند تا است؟ پاسخ: تعداد خودروهای پژو باید چند برابر مضرب مشترک دو عدد ۵ و۴ یعنی ۲۰ باشد. فرض کنیم تعداد آن $20k$ باشد آنگاه تعداد خودروهای پراید برابر $\frac{7}{5}\times 20k = 28k$ و تعداد سایر خودروها برابر $\frac{9}{4}\times 20k = 45k$ و مجموع آن‌ها $20k + 28k + 45k = 93k$ لذا $93k = 465 \rightarrow k = \frac{465}{93} = 5$ و تعداد اتومبیل‌های پراید برابر $28 \times 5 = 140$ تاست	۵
۲	قطاری به طول ۱۵۰ متر با سرعت ثابت حرکت می‌کند و از دو تونل عبور می‌کند، عبور کامل قطار از تونل اول ۲۵ ثانیه و عبور کامل آن از تونل دوم ۳۷ ثانیه طول کشید. اگرطول تونل دوم ۱۸۰ متر از طول تونل اول بزرگتر باشد سرعت قطار و طول هردو تونل را بیابید؟ پاسخ:فرض کنید طول تونل‌ها به ترتیب l_1 , l_2 و سرعت قطار u باشد داریم $25u = l_1 + 150 \rightarrow l_1 = 25u - 150$ $37u = l_2 + 150 \rightarrow l_2 = 37u - 150$ اما چون $l_2 = l_1 + 180$ داریم $37u - 150 = 25u - 150 + 180$ $12u = 180 \rightarrow u = 15$ $l_2 = 225 + 180 = 405$, $l_1 = 25(15) - 150 = 225$	۵

۳	احمد سه نوع شکلات دارد تعداد شکلات‌های او ۴۸ عدد از نوع اول، ۷۲ عدد از نوع دوم و ۲۴۰ تا از نوع سوم است او می‌خواهد تعدادی بسته یکسان با شکلات‌های خود درست کند به طوری که در هر بسته از هر سه نوع شکلات وجود داشته باشد و هیچ شکلاتی اضافه نیاید. الف) او به چندطریق می‌تواند عمل کند؟ ب) ترکیب شکلات‌های هر بسته در حالتی که او بتواند بیشترین تعداد بسته را درست کند را بنویسید. پاسخ: الف) ب م م سه عدد ۴۸ و ۷۲ و ۲۴۰ برابر ۲۴ است لذا او می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۶ یا ۸ یا ۱۲ یا ۲۴ بسته درست کند یعنی به ۸ طریق می‌تواند عمل کند. ب) ۲۴ بسته بیشترین تعداد بسته‌ای است که او می‌تواند درست کند در این حالت در هر بسته ۲ شکلات نوع اول، سه شکلات نوع دوم و ده شکلات نوع سوم وجود دارد.	۵
۴	در یک مدرسه ۸ کلاس وجود دارد و هرکلاس، حداکثر ظرفیت ۳۰ نفر دانش آموز را دارد. درصد گروه خونی دانش آموزان این مدرسه به صورت زیر است ۴ درصد گروه خونی AB ، ۲۱ درصد گروه خونی B ، ۲۵/۵ درصد گروه خونی A و بقیه گروه خونی O دارند. هلال احمر جهت اخذ خون، به این مدرسه آمد تا از تعدادی از دانش آموزان و از هریک، یک واحد خون بگیرد. اگر هلال احمر بخواهد مطمئن باشد که حداقل ۵ واحد خون از نوع گروه خونی O گرفته است، حداقل از چند دانش آموز باید خون بگیرد؟ پاسخ: $۴ + ۲۱ + ۲۵/۵ = ۵۰/۵$ $۱۰۰ - ۵۰/۵ = ۴۹/۵$ ۴۹/۵ درصد دانش آموزان گروه خونی O دارند $\frac{۴۹.۵}{۱۰۰} = \frac{۴۹۵}{۱۰۰۰} = \frac{۹۹}{۲۰۰}$ $\frac{۲۵.۵}{۱۰۰} = \frac{۲۵۵}{۱۰۰۰} = \frac{۵۱}{۲۰۰}$ با توجه به این که تعداد دانش آموزان عددی طبیعی است لذا تعداد دانش آموزان مدرسه باید مضرب عدد ۲۰۰ باشد که چون حداکثر ظرفیت مدرسه ۲۴۰ نفر است پس مدرسه ۲۰۰ دانش آموز دارد که ۹۹ نفر گروه خونی O و ۱۰۱ نفر بقیه گروه‌های خونی را دارند لذا اگر از $۱۰۶ = ۵ + ۱۰۱$ نفرخون گرفته شود لااقل از ۵ نفر با گروه خونی O خون گرفته شده است.	۵

۵	ثلث ABC با راس‌های $A(۰,۰), B(۲,۰), C(۰,۲)$ را در نظر بگیرید الف) مثلث ABC را ابتدا حول نقطه O (مبدأ مختصات) به اندازه ۹۰ درجه در جهت خلاف عقربه‌های ساعت دوران داده و سپس قرینه مثلث حاصل را نسبت به محور x ها رسم کنید و مختصات رأس‌های مثلث جدید را بیابید. ب) مثلث ABC را ابتدا نسبت به محور x ها قرینه کنید و سپس مثلث حاصل را به اندازه ۹۰ درجه حول مبدأ مختصات در جهت عقربه‌های ساعت دوران داده و مثلث حاصل را رسم کنید و مختصات رآس های مثلث جدید را بیابید. ج) آیا امکان دارد برای هر نقطه صفحه دو تبدیل زیر نتیجه یکسانی داشته باشد تبدیل اول: ابتدا دوران به اندازه α در جهت عقربه‌های ساعت حول نقطه A و سپس تقارن شکل حاصل نسبت به خط l تبدیل دوم: ابتدا قرینه نسبت به خط l سپس دوران شکل حاصل به اندازه α در جهت خلاف عقربه‌های ساعت حول نقطه A در مورد وضعیت خط l و نقطه A چه می‌توان گفت؟ آیا همیشه نتیجه این دو تبدیل یکی است؟ الف) $A_۱(۰,۰)$, $B_۱(۰,۲)$, $C_۱(-۲,۰)$ $\quad$ $A_۲(۰,۰)$, $B_۲(۰,-۲)$, $C_۲(-۲,۰)$ ب) $A_۳(۰,۰)$, $B_۳(۲,۰)$, $C_۳(۰,-۲)$ $\quad$ $A_۴(۰,۰)$, $B_۴(۰,-۲)$, $C_۴(-۲,۰)$ ج) بله امکان دارد به شرطی که نقطه A روی خط l قرار داشته باشد و در غیر این صورت همیشه نتیجه یکسان نیست.	۵

۶

این نقشه یک ساختمان است که ابعاد نقشه ۳۶ در ۴۲ سانتی متر است مقیاس نقشه $\frac{۳}{۱۰۰}$ است فاصله‌های نشان داده شده با x مساوی سه سانتی متر است.

الف) ابعاد زمین، اتاق و راهرو را بدست آورید؟

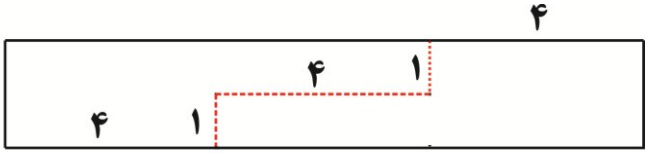
پاسخ:

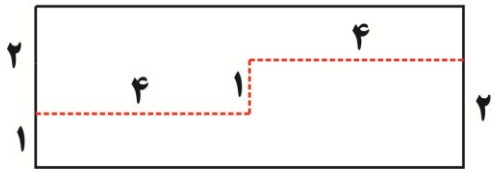
$$۳۶ \times \frac{۱۰۰}{۳} = ۱۲۰۰ \quad ,۴۲ \times \frac{۱۰۰}{۳} = ۱۴۰۰ \quad ,۳ \times \frac{۱۰۰}{۳} = ۱۰۰$$

درنتیجه ابعاد زمین ۱۲ متر در ۱۴ متر، ابعاد اتاق ۸ متردر ۳ متر و ابعاد راهرو ۲متر در ۱۲ متر است

ب) یک قطعه موکت به ابعاد ۳ متر و ۸ متر داریم که می‌خواهیم آن‌را با یک برش(نه لزوما مستقیم) در راهرو پهن کنیم چگونه امکان پذیر است؟

پاسخ:



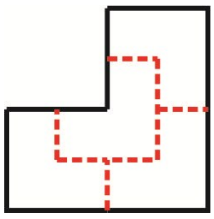


ج) می‌خواهیم اتاق را با سرامیک‌های مربعی فرش کنیم بزرگترین ابعاد سرامیک چقدر است؟ به چند عدد از این نوع سرامیک نیاز داریم؟

پاسخ: چون ۱ = (۸,۳) بزرگترین ابعاد سرامیک ۱ × ۱ متر است و تعداد سرامیک‌های لازم ۲۴ عدد است

د) می‌خواهیم هریک از چهار باغچه‌همنهشت را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنیم و در هر قسمت یک نوع گل بکاریم این تقسیم چگونه انجام می‌شود؟

پاسخ:



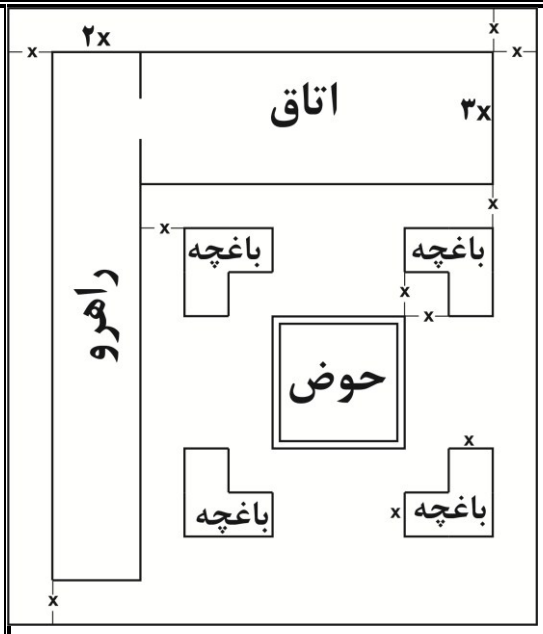
ه) کف حوض مربع و ضخامت دیواره حوض ۱۰ سانتیمتر است ارتفاع آب حوض از سطح زمین را چقدر بگیریم تا آب داخل حوض ۳۹۲۰ لیتر باشد.

پاسخ:

$$\rightarrow \text{ضلع داخلی حوض} ۲/۸ = ۰/۲ - ۳ \text{ , ضلع بیرونی حوض } ۳ = ۵ - ۸$$

$$۲/۸ \times ۲/۸ \times a = ۳/۹۲ \rightarrow a = \frac{۳/۹۲}{۷/۸۴} = ۰/۵ \text{ متر}$$

۵



و)اگر کف باغچه ها یک متر پایین‌تر از سطح زمین باشد برای پرکردن همه باغچه‌ها تا ۱۰ سانتی‌متر مانده تا سطح زمین چقدر خاک باید بریزیم.

پاسخ: مساحت کف باغچه ۳ متر مربع است و باید ۰/۹ متر ارتفاع خاک باشد پس حجم خاک لازم برای هر باغچه ۲/۷ متر مکعب است و حجم کل خاک ۱۰/۸ متر مکعب است.

ز) اگر بقیه خانه(به‌جز اتاق، راهرو، باغچه‌ها وحوض) را بخواهیم موزائیک فرش کنیم به چندمتر مربع موزائیک نیاز داریم

پاسخ: مساحت اتاق، راهرو،باغچه‌ها و حوض برابر $۲۴ + ۲۴ + ۴ \times ۳ + ۳ \times ۳ = ۶۹$ متر مربع است

$$۱۴ \times ۱۲ - ۶۹ = ۱۶۸ - ۶۹ = ۹۹ \text{ متر مربع}$$

دانش آموزان عزیز، خسته نباشید، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید