ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	به چند صورت می‌توان اعداد ۱ تا ۱۵ را در یک ردیف نوشت به طوری که جمع هر دو عدد کنار هم مربع کامل باشد؟ پاسخ : اعداد ۹ و ۸ فقط با یک عدد از اعداد ۱ تا ۱۵ که جمع شوند عددی مربع کامل به دست می آید.. (۹با۷ ۱۰ با۶) پس این دو عدد می توانند شروع باشند. لذا دو حالت داریم ۸-۱-۱۵-۱۰-۶-۳-۱۳-۱۲-۴-۵-۱۱-۱۴-۲-۷-۹ ۹-۷-۲-۱۴-۱۱-۵-۴-۱۲-۱۳-۳-۶-۱۰-۱۵-۱-۸	۲
۲	چند جمله ای $6x^4-7x^3-4x^2+5x+3$ را بر چند جمله ای A تقسیم کردیم. خارج قسمت برابر $2x^2-3x+1$ و باقیمانده برابر $-2x+5$ شد. چند جمله ای A را به دست آورید. پاسخ: $6x^4-7x^3-4x^2+5x+3=A\times(2x^2-3x+1)+(-2x+5)$ $\Rightarrow 6x^4-7x^3-4x^2+5x+3-(-2x+5)=A\times(2x^2-3x+1)$ $\Rightarrow 6x^4-7x^3-4x^2+7x-2=A\times(2x^2-3x+1)$ حال با تقسیم $6x^4-7x^3-4x^2+7x-2$ بر $2x^2-3x+1$ پاسخ سوال دست می آید $A=3x^2+x-2$	۳
۳	اگر حاصل عبارت زیر A باشد $\frac{A}{2}$ با تقریب کمتر از یک دهم چقدر است؟ $\frac{۱}{۱۴۰۵}+\frac{۱}{۱۴۰۶}+\cdots+\frac{۱}{۲۰۲۶}$ پاسخ: تعداد کسرها برابر است با $2026-1404=622$ بنابراین داریم $622\times\frac{1}{2026}<A<622\times\frac{1}{1405}\Rightarrow\frac{311}{2026}<\frac{A}{2}<\frac{311}{1405}\Rightarrow\frac{A}{2}\simeq 0/2$	۳
۴	مسیر اول ۱۵ کیلومتر طول دارد. اتوبوس در این مسیر با سرعت متوسط ۳۰ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند، اما به دلیل وجود چند تقاطع شلوغ و ایستگاه‌های پرتردد، در طول مسیر مجموعاً ۸ دقیقه توقف دارد. مسیر دوم ۱۴ کیلومتر طول دارد. اتوبوس در ۱۰ کیلومتر نخست این مسیر از خط ویژه عبور می‌کند و با سرعت ۳۰ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند. در ۴ کیلومتر پایانی، به دلیل ترافیک و عرض کم خیابان، سرعت متوسط اتوبوس به ۲۴ کیلومتر بر ساعت کاهش می‌یابد. الف) زمان سفر هر کدام از این دو مسیر را تعیین کنید،	۳/۵

	ب) شهرداری اعلام کرده است که برای حفظ رضایت شهروندان، زمان سفر در مسیر دوم باید دست‌کم ۵ دقیقه کمتر از زمان سفر در مسیر اول باشد. برای برآورده شدن این خواسته، حداقل سرعت موردنیاز در بخش پرترافیک مسیر دوم را به دست آورید پ) همچنین توضیح دهید اگر هدف اصلی کاهش زمان سفر باشد کدام مسیر مناسب‌تر است و اگر هدف اصلی کاهش مصرف سوخت و هزینه‌های بهره‌برداری باشد، چطور؟ پاسخ: مسیر اوّل : $\frac{15}{30}\times 60+8=15\times 2+8=38$ دقیقه مسیر دوّم: $\frac{10}{30}\times 60+\frac{4}{24}\times 60=10\times 2+10=30$ دقیقه مسیر دوّم ۸ دقیقه زودتر مسافران را به مقصد می‌رساند. اگر بخواهیم زمان مسیر دوّم ۵ دقیقه کاهش یابد(۳۳دقیقه شود) باید سرعت در بخش پرترافیک مسیر دوّم x باشد. اصلاح سرعت در محدوده ترافیک : $\frac{10}{30}\times 60+\frac{4}{x}\times 60\leq 33$ دقیقه اصلاح سرعت در محدوده ترافیک : $20+\frac{240}{x}\leq 33\rightarrow \frac{240}{x}\leq 13\ \rightarrow x\geq \frac{240}{13}$ $x\geq 18.46$ **نتیجه :** راننده اتوبوس می‌تواند سرعت متوسط خود را تا حدود **۱۸.۵ کیلومتر بر ساعت** در بخش ترافیکی کاهش دهد و همچنان به هدف شهرداری برسد.	
۵	اعداد۱ تا ۵۰ را در یک سطر می‌نویسیم آن‌گاه ابتدا عدد ۲ و مضارب آن را پاک می‌کنیم سپس عدد ۳ و مضارب آن را اگر در سطر قرار دارند پاک می‌کنیم و اگر قبلا پاک شده اند آن‌ها را می‌نویسیم و همین عمل را برای اعداد ۴ و۵ و ... و۵۰ و مضارب آن‌ها تکرار می‌کنیم در آخر چه اعدادی در سطر قرار دارند؟ پاسخ: هرعدد به اندازه یک واحد کمتر از تعداد مقسوم علیه هایش تغییر وضعیت می‌دهد مثلا اعداد اول یک‌بار تغییر وضعیت می‌دهند و عدد ۴ که بجز یک مقسوم‌علیه‌های ۲ و۴ دارد ۲ بار تغییر وضعیت می‌دهد بار اول پاک شده و بار دوم نوشته می‌شود بنابر این اگر تعداد مقسوم علیه‌های عددی زوج باشد به تعداد فرد تغییر وضعیت می‌دهد و پاک خواهند شد و اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های عددی فرد باشد به تعداد زوج تغییر وضعیت می‌دهند و در آخر در سطر حضور خواهند داشت اعدادی که تعداد مقسوم علیه آن‌ها فرد است ۱ و۴و ۹ و ۱۶ و۲۵ و ۳۶ و۴۹ و در سطر وجود خواهند داشت و بقیه پاک خواهند شد	۳/۵

۶ متناظر با هر زیرمجموعه از $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ یک عدد به صورت زیر نظیر می کنیم. بزرگترین عضو در آن زیرمجموعه منهای عدد بزرگتر بعدی به اضافه عدد بزرگتر بعدی منهای ....تا انتها. مثلا به زیرمجموعه $\{5,2,4,1\}$ عدد $5-4+2-1=2$ نظیر می شود. حاصل جمع همه این عددها چقدر است؟

۴

پاسخ:

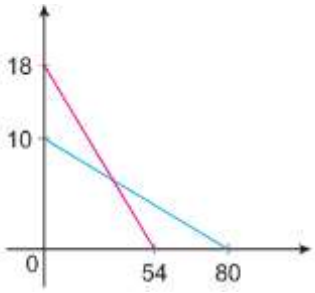
همه زیر مجموعه های A را که تعداد آنها ۲ به توان ۶ یعنی ۶۴ تا می باشد در نظر می گیریم. متناظر با هرکدام از این ۶۴ زیر مجموعه می توان یک زیر مجموعه با اضافه کردن عدد ۷ به آن زیر مجموعه به دست آورد که روی هم بدین ترتیب همه زیرمجموعه های A به دست می آید. حال اگر عدد ذکر شده برای هر دو زیر مجموعه متناظر را به دست آوریم ، دو عدد با مجموع ۷ به دست می آید. مثلا مجموعه نظیر مجموعه $\{5,2,4,1\}$ مجموعه $\{7,5,2,4,1\}$ به دست می آید و داریم.

$$(7-5+4-2+1)+(5-4+2-1)=7$$

پس جواب سوال می شود $64\times 7=448$

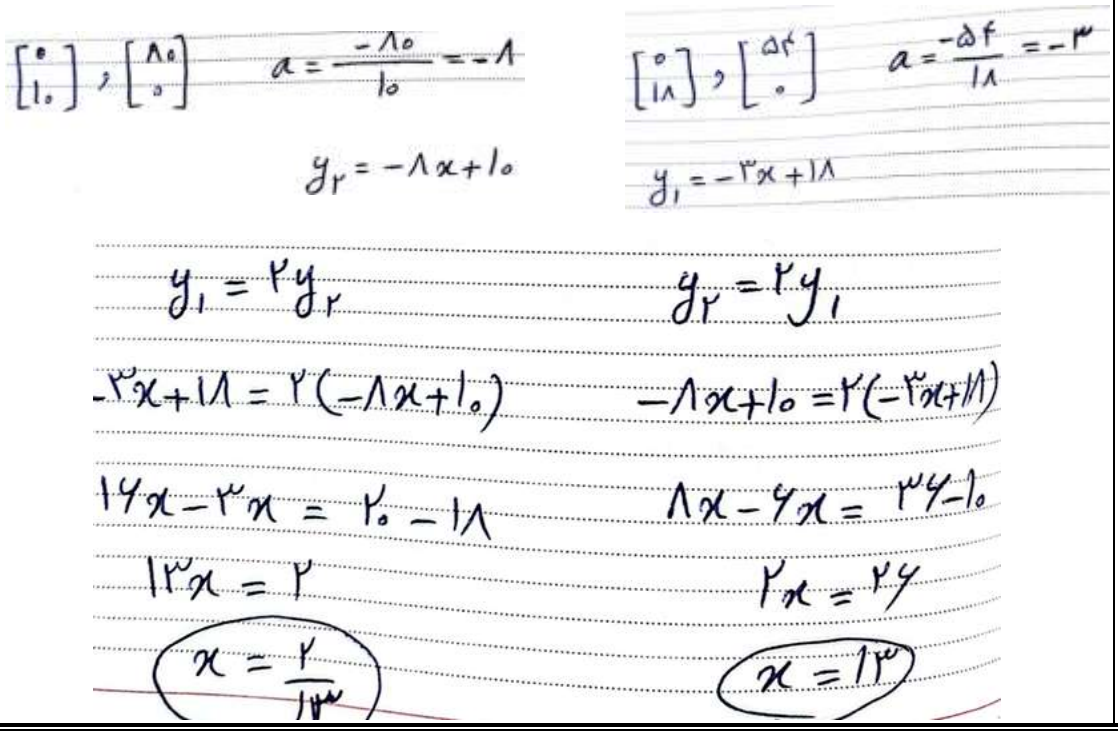
۷ شکل زیر نمودار تغییرات زمان و ارتفاع دو شمع را که همزمان روشن شده اند را نشان می دهد. الف) طول نقطه ای که دو نمودار یکدیگر را قطع می کنند چه چیزی را نشان می دهد ب) در چه زمانی ارتفاع یک شمع دو برابر ارتفاع شمع دیگر می شود؟

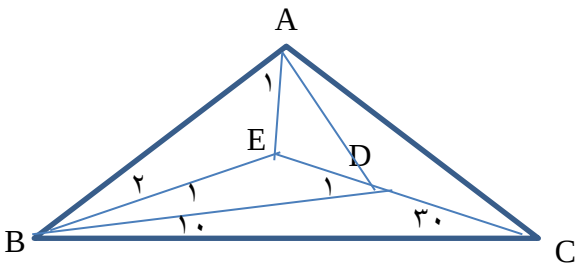
۵



پاسخ:

الف) زمانی که ارتفاع دو شمع برابر می شود ب)



۸	در مثلث متساوی الساقین ABC زاویه راس A برابر ۸۰ درجه است. نقطه D درون مثلث را طوری انتخاب می کنیم که زاویه DBC برابر ۱۰ درجه و زاویه DCB برابر ۳۰ درجه باشد ثابت کنید مثلث ABDمتساوی الساقین است.  پاسخ: نسمساز زاویه ABD را رسم می کنیم تا امتداد CD را در E قطع کند حال در دو مثلث ABE و EBD داریم: $D_1 = A_1 = 40$ و $B_1 = B_2 = 20$ پس زاویه سوم این دو مثلث هم برابرند و بنابر این به حالت ز ض ز هم نهشتند پس AB=BD	۶

دانش آموزان عزیز، خسته نباشید، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید