مرحله سوم پنجمین دوره مسابقه متر (بخش کتبی)

پایه هفتم

تاریخ : ۱۴۰۵/۰۵/۲ وقت : ۹۰ دقیقه

دانش‌آموزان عزیز ضمن تبریک به شما برای شرکت در این مسابقه و با آرزوی موفقیت، لطفاً به نکات زیرتوجه کنید.

۱- هر تیم باید یک پاسخنامه را آماده کرده و تحویل دهد.

۲- اعضای هر تیم باید پس از فکر کردن و مشورت با یکدیگر، راه حل کامل هر سؤال را با خط خوانا زیر آن سؤال بنویسد.

۳- استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

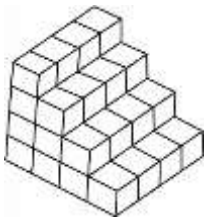
۴- این آزمون شامل ۸ سؤال با مجموع ۳۰ امتیاز می باشد که در ۴ صفحه تنظیم شده است.

خانه ریاضیات شهر : .....

مشخصات اعضای تیم: ۱-..... ۲- ..... ۳-.....

ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	می‌دانیم که سن مونا برابر با تعداد شمع‌هایی است که در آخرین جشن تولدش روی کیک قرار داده است اگر او در عمر خود در مجموع به ۶۶ شمع روی کیک‌های تولدش فوت کرده باشد، اکنون او چند سال دارد؟ $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11=66$ پس مونا یازده سال دارد	۲
۲	اگر قیمت ۱۵۰ گرم از نوعی میوه خشک $\frac{a}{6}+6$ هزار تومان و قیمت یک کیلو از آن $2a-120$ هزار تومان باشد قیمت یک کیلو از این میوه خشک چند هزار تومان است؟ پاسخ: $\frac{150}{1000}=\frac{\frac{a}{6}+6}{2a-12}\rightarrow 150(2a-120)=1000\left(\frac{a}{6}+6\right)$ $300a-18000=\frac{500}{3}a+6000\rightarrow 900a-54000=500a+18000$ $900a-500a=54000+18000\rightarrow 400a=72000\rightarrow a=\frac{72000}{400}=180$ و قیمت یک کیلو از آن میوه خشک برابر $2(180)-120=240$ هزار تومان	۳/۵
۳	در یک باغ وحش کوچک سه نوع پرنده داریم ، طوطی، قناری و کبوتر، اگر $\frac{1}{6}$ تعداد طوطی‌ها با $\frac{1}{4}$ تعداد قناری ها برابر و نسبت تعداد طوطی‌ها به تعداد کبوترها ۲ به ۱ باشد و مجموع تعداد طوطی‌ها و قناری‌ها روی هم ۴۹ تا	۳

	بیشتر از تعداد کبوترها باشد این باغ وحش روی هم چند پرنده دارد؟ پاسخ: تعداد طوطی‌ها و قناری‌ها و کبوترها را با توجه به شرط اول و دوم می‌توان به ترتیب $6x, 4x, 3x$ در نظر گرفت و از شرط آخر داریم $6x + 4x = 3x + 49 \rightarrow 10x = 3x + 49 \rightarrow 7x = 49 \rightarrow x = 7$ یعنی ۴۲ طوطی و ۲۸ قناری و ۲۱ کبوتر و در کل ۹۱ پرنده دارد	
۴	علی اعداد ۱ تا ۱۰۰۰ را در یک جدول با بیش از یک ستون که تعداد ستون‌های آن را نمی‌دانیم به صورت مرتب چیده است الف) اگر اعداد ۵۰۰ و ۴۱۵ در یک ستون باشند، تعداد ستون‌های جدول علی چه اعدادی می‌تواند باشد؟ ب) اگر بدانیم تعداد ستون‌های این جدول بر ۵ بخش‌پذیر نیست عدد ۳۰۰ در کدام سطر و ستون قرار دارد؟ پاسخ الف) $500 - 415 = 85$ $85 = 5 \times 17$ پس تعداد ستون‌ها ۵ ، ۱۷ و ۸۵ می‌تواند باشد ب) با توجه به شرط تعداد ستون‌ها ۱۷ تا است و داریم ۳۰۰ | ۱۷ ۱۷ ۱۷ ۱۳۰ ۱۱۹ ۱۱ پس عدد ۳۰۰ در ردیف ۱۸ و ستون ۱۱ قرار دارد	۵
۵	در یک مثلث مختلف‌الاضلاع، بزرگترین زاویه ۴۰ درجه از کوچکترین زاویه، بزرگتر است همچنین تفاضل دو زاویه کوچکتر برابر ۵ درجه است زاویه‌های مثلث را بیابید. پاسخ:	۴

	فرض کنید سه زاویه برابر c,b,a باشند و $a<b<c$ لذا $c-a=40$ و $b-a=5$ بنابر این داریم $c=a+40$ و $b=a+5$ چون مجموع سه زاویه مثلث ۱۸۰ درجه است داریم $a+b+c=180\rightarrow a+a+5+a+40=180\rightarrow 3a+45=180\rightarrow$ $3a=135\rightarrow a=45$ $c=45+40=85\,,b=45+5=50$	
۶	جسم مقابل از تعدادی مکعب کوچک به ضلع ۱ واحد که به هم چسبانده شده درست شده است این جسم را داخل یک ظرف رنگ می‌اندازیم تا به طور کامل رنگ شود. الف) مساحت قسمت رنگ شده چقدر است؟ ب) چند مکعب کوچک دارای دو وجه رنگی است؟ ج) چند مکعب کوچک دارای سه وجه رنگی است؟  پاسخ: برای شمارش، ستون ها را در نظر می‌گیریم ابتدا ستون سمت چپ که شامل ۱۶ مکعب کوچک است ۴وجه رنگی: ۲ ؛ ۳وجه رنگی: ۴ ؛ ۲وجه رنگی: ۶ ؛ ۱وجه رنگی: ۴ ستون بعدی شامل ۱۲ مکعب کوچک است ۳وجه رنگی: ۲ ؛ ۲وجه رنگی: ۴ ؛ ۱وجه رنگی: ۴ ستون بعدی شامل ۸ مکعب کوچک است ۳وجه رنگی: ۲ ؛ ۲وجه رنگی: ۴ ؛ ۱وجه رنگی: ۲ ستون بعدی شامل ۴۸ مکعب کوچک است ۳وجه رنگی: ۲ ؛ ۴وجه رنگی: ۲ لذا پاسخ الف ۸۴ وب ۱۴ و ج ۱۰ می‌باشد	۴/۵
۷	دو کوهنورد ، دو بطری آب خریدند. حجم بطری کوهنورد اول دو برابر حجم بطری کوهنورد دوم بودکوهنورد اول در روز اول $\frac{1}{5}$ آب بطری خود، و در روز دوم $\frac{3}{8}$ آب باقیمانده از روز اول را نوشید کوهنورد دوم در روز اول $\frac{1}{4}$ آب بطری خود را نوشید. اگر تا روز دوم مقدار آب نوشیده شده هر دو برابر باشد، کوهنورد دوم، در روز دوم چه کسری از آب بطری خود را نوشیده است؟	۴

	پاسخ: کوهنورد اول در روز دوم $\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{3}{8}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{10}$ آب خود را مصرف کرده است و $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ پس کوهنورد اول در دو روز، نصف آب خود را خورده است و لذا کوهنورد دوم تمام آب خود را خورده است یعنی در روز دوم او $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ آب بطری خود را خورده است.	
۸	یک ساختمان ۱۸ طبقه دارد ۸ نفر در طبقه یک برای رفتن به طبقات ۲ و۵ و ۶ و۹ و ۱۲ و ۱۳ و۱۴ و ۱۸ سوار آسانسور می‌شوند. آسانسور دقیقا می‌تواندبه انتخاب افراد داخل آن، به جز طبقه ۱۳(که آسانسور آن خراب است) فقط در ۳ طبقه توقف کند. افراد در صورتی‌که در طبقه خود از آسانسورخارج نشده باشند بقیه مسیر را باید پیاده و از پله‌ها بروند اگر بخواهیم مجموع طبقات طی شده با پله کمترین باشد آسانسور باید در چه طبقاتی توقف کند؟ در این صورت مجموع پله‌های طی شده توسط افراد چند تاست؟ پاسخ: از آنجا که مقصدها در سه ناحیه قرار گرفته اند پایین ۲ و۵ و ۶ ، وسط ۹ و۱۲و۱۳و۱۴ ، بالا ۱۸ حدس طبیعی این است که یک توقف برای هر ناحیه بگذاریم لذا حالت‌های زیر را بررسی می‌کنیم طبقات ۵ و۱۲ و ۱۸ تعداد پیاده روی $(3+0+1)+(3+0+1+2)+0=10$ پله است طبقات ۶ و۱۲ و ۱۸ تعداد پیاده روی $(4+1+0)+(3+0+1+2)+0=11$ پله است طبقات ۵ و ۱۴و ۱۸ تعداد پیاده روی $(3+0+1)+(5+2+1+0)+0=12$ پله است طبقات ۲ و۱۲و ۱۸ تعداد پیاده روی $(0+3+4)+(3+0+1+2)+0=13$ پله است طبقات ۵ و ۹ و ۱۸ تعداد پیاده روی $(3+0+1)+(0+3+4+4)+0=15$ پله است طبقات ۵ و ۱۱ و ۱۸ تعداد پیاده روی $(3+0+1)+(2+1+2+3)+0=12$ پله است طبقات ۶ و۱۴ و ۱۸ تعداد پیاده روی $(4+1+0)+(5+2+1+0)+0=13$ پله است لذا کمترین پیاده روی با شرایط مساله وقتی است که در طبقات ۵ و۱۲ و۱۸ توقف شود	۴

دانش آموزان عزیز، خسته نباشید، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید