دانش‌آموزان عزیز ضمن تبریک به شما برای شرکت در این مسابقه و با آرزوی موفقیت، لطفاً به نکات زیرتوجه کنید.

۱- هر تیم باید یک پاسخنامه را آماده کرده و تحویل دهد.

۲- اعضای هر تیم باید پس از فکر کردن و مشورت با یکدیگر، راه حل کامل هر سؤال را با خط خوانا زیر آن سؤال بنویسد.

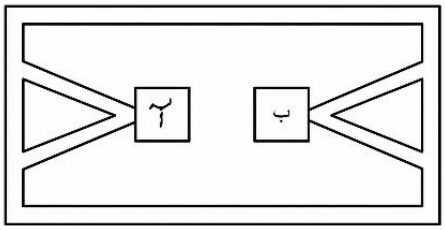
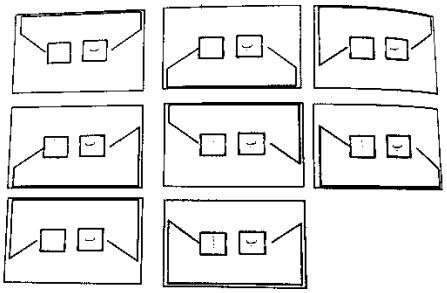
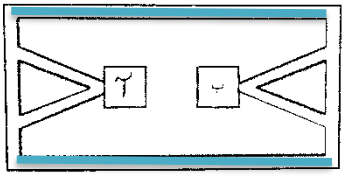
۳- استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

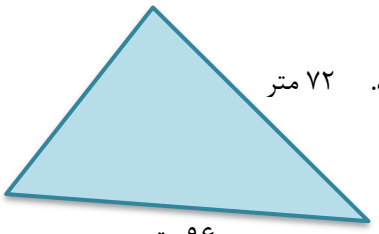
٤- این آزمون شامل ۶ سؤال می باشد که در ۴ صفحه تنظیم شده است.

خانه ریاضیات شهر : .....

مشخصات اعضای تیم: ۱-..... **۲-** ..... **۳-**.....

ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	در یک مجمع بین‌المللی درباره گرمایش زمین، ۱۵ نماینده از چهار قاره آفریقا، آمریکا، اروپا و آسیا شرکت کرده‌اند. تعداد نمایندگان هر یک از قاره‌ها با تعداد نمایندگان دیگر قاره‌ها متفاوت است. می‌دانیم از دو قاره آمریکا و آسیا ۶ نماینده و از دو قاره آسیا و آفریقا در مجموع ۷ نماینده در این مجمع شرکت کرده‌اند. می‌دانیم یکی از قاره‌ها دارای دقیقا ۴ نماینده بوده است. مشخص کنید هر یک از قاره ها، چند نماینده داشته‌اند؟ راه حل خود را توضیح دهید. پاسخ: آسیا، ۴ - آفریقا ۳ - اروپا، ۶ - آمریکا، ۲ دانش‌آموزان باید بررسی کنند که فقط همین یک پاسخ وجود دارد و دیگر حالت‌ها امکان‌پذیر نیست: اگر آفریقا ۴ نفر عضو داشته باشد، در این صورت آسیا ۳ نفر، اروپا ۵ نفر و آمریکا ۳ که غیرقابل قبول است. اگر آمریکا ۴ نفر عضو داشته باشد، در این صورت آسیا ۲ نفر، اروپا ۴ نفر و آفریقا ۵ که غیرقابل قبول است. اگر اروپا ۴ نفر عضو داشته باشد و آسیا ۱ نفر در این صورت آمریکا ۵ نفر و آفریقا ۶ که غیرقابل قبول است. اگر اروپا ۴ نفر عضو داشته باشد و آسیا ۲ نفر در این صورت آمریکا ۴ نفر و آفریقا ۵ که غیرقابل قبول است. اگر اروپا ۴ نفر عضو داشته باشد و آسیا ۳ نفر در این صورت آمریکا ۳ نفر و آفریقا ۴ که غیرقابل قبول است. اگر اروپا ۴ نفر عضو داشته باشد و آسیا ۵ نفر در این صورت آمریکا ۱ نفر و آفریقا ۲ که غیرقابل قبول است. **توجه:** در صورتی که فقط پاسخ درست نوشته شده باشد، یک امتیاز در نظر گرفته شود و برای بررسی حالت‌های نادرست هر مورد نیم نمره	۴ .
۲	آلپای یک پسر ترکمن ساکن شهر گنبد کاووس است. او با کمک پدرش، با مقداری چوب جعبه‌ای بدون در به شکل مکعب شکل ساخته است. او برای این کار از ۰/۸ مترمربع چوب استفاده کرده است. حجم جعبه آلپای را برحسب سانتی‌متر مکعب به‌دست آورید. پاسخ: جعبه آلپای ۵ سطح مربعی برابر دارد. که اندازه هر یک برابر است با: ۰/۸ ÷ ۵ = ۰/۱۶ مترمربع پس هر ضلع مربع برابر با ۰/۴ متر یا ۴۰ سانتی متر بوده است. بنابراین حجم جعبه آلپای برابر است با: ۴۰×۴۰×۴۰=۶۴۰۰۰ سانتی‌متر مکعب	۴

۳	در شکل زیر نقشه‌ای یک باغ گل دیده می‌شود که در آن دو آلونک چوبی **آ** و **ب** و مسیرهای رفت گشت‌وگذار در باغ مشخص شده است. بازدیدکنندگان فقط می‌توانند از این مسیرها راه بروند.  الف) اشکان در آلونک **آ** قرار دارد. او می‌خواهد به آلونک **ب** برود به طوری که از هر مسیر حداکثر یک بار عبور کند. در این صورت با رسم شکل مشخص کنید چند روش وجود دارد تا اشکان به آلونک **ب** برسد؟ ب) زهرا در آلونک **آ** و لیلا در آلونک **ب** هستند. هر یک از آنها می‌خواهند با حداکثر یکبار طی کردن مسیرها به آلونک دیگر بروند. اگر آنها همزمان و با سرعت‌های تقریبا برابر حرکت کنند، احتمال آن که آنها یکدیگر را در بین راه ببینند بیشتر است یا نبینند؟ (راه حل خود را توضیح دهید) پاسخ الف) هشت مسیر (۲ نمره)  پاسخ ب) برابر است. با توجه به این که سرعت راه رفتن آنها تقریبا برابر است زهرا و لیلا یا یکدیگر را در مسیر بالایی و یا در مسیر پایینی که در شکل نشان داده شده، خواهند دید.  برای این کار باید یا هر دو از مسیر بالایی بگذرند و یا از مسیر پایینی. اما تعداد کل حالت‌هایی که آنها می توانند انتخاب کنند چنین است: زهرا، مسیر بالا و لیلا، مسیر بالا - زهرا، مسیر پایین و لیلا، مسیر پایین زهرا، مسیر پایین و لیلا، مسیر بالا - زهرا، مسیر بالا و لیلا، مسیر پایین در دو حالت از ۴ حالت آنها یکدیگر را خواهند دید و در دو حالت از ۴ حالت نخواهند دید. پس احتمال این دو برابر است. (۲ نمره)	۴
۴	پنج تبلت داریم که شارژ آن‌ها به ترتیب ۲۵ و۴۵ و ۶۰ و ۷۰ و۸۰ درصد است، یک ساعت فرصت داریم تا آن‌ها را شارژ کنیم. شارژری که در اختیار داریم می‌تواند در یک ساعت یک تبلت بدون شارژ را تا ۸۰ درصد شارژ کند. اگر بخواهیم *کمترین* شارژ هر تبلت تا حدامکان زیاد باشد، الف) این کمترین درصد شارژ چقدر است؟ (۳ نمره) پاسخ: الف) یک پاسخ احتمالی آن است که با حدس و آزمایش ببینند آیا همه تبلت‌ها را می‌توان در مدت یک ساعت برای مثال تا ۸۰ درصد شارژ کنند.	۴

	تبلت اول ۵۵ درصد، تبلت دوم ۳۵ درصد، تبلت سوم ۲۰ و تبلت چهارم ۱۰ درصد شارژ نیاز دارد. یعنی در مجموع ۱۲۰ درصد که زیاد است که از ۸۰ درصد شارژی که در یک ساعت می‌توانیم انجام دهیم، ۴۰ درصد بیشتر است. پس از هر تبلت باید ۱۰ درصد شارژ کم کنیم. یعنی تبلت اول ۴۵ درصد، تبلت دوم ۲۵ درصد، تبلت سوم ۱۰ شارژ شارژ شوند (که مجموع آن دقیقا ۸۰ درصد است). توجه: ممکن است دانش‌آموزان با حدس‌های دیگری بتوانند به همین مقدار برسند که در صورت روش درست امتیاز کامل به آنها اختصاص داده شود. ب) تبلت سوم چه مدت باید شارژ باشد؟ (۱ نمره) ب) بنابر قسمت الف، تبلت سوم باید ۱۰ درصد شارژ شود که برای این کار به $\frac{۶۰}{۸۰} \times ۱۰ = ۷.۵$ دقیقه نیاز است یعنی ۷ دقیقه و ۳۰ ثانیه.	
۵	شهرداری می‌خواهد دورتادور یک فضای سبز مثلثی شکل را به محیط ۲۱۶ متر درختکاری کند با این شرط که: - در هر سه گوشه‌ی فضای سبز درخت کاشته شود. - فاصله‌ی درخت‌ها مساوی باشد و یک عدد صحیح بر حسب متر باشد. - در هر ضلع حداقل ۴ درخت کاشته شده باشد.  برای درختکاری دور این فضای سبز حداقل چند درخت لازم است؟ تعداد درختان هر ضلع را نیز به دست‌آورید. پاسخ: ابتدا ضلع سوم مثلث را به دست می‌آوریم: $۲۱۶ - (۷۲ + ۹۶) = ۴۸$ متر با توجه به خواسته‌های مسئله باید بزرگترین عددی را پیدا کنیم که اعداد ۹۶، ۷۲ و ۴۸ بر آن بخش‌پذیر باشد. - عدد ۴۸ بر ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۱۶، **۲۴**، ۴۸ بخش‌پذیر است. - عدد ۷۲ بر ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۹، ۱۲، ۱۸، **۲۴**، ۳۶، ۷۲ بخش‌پذیر است. - عدد ۹۶ بر ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۱۶، **۲۴**، ۳۲، ۴۸، ۹۶ بخش‌پذیر است. بزرگ‌ترین عدد مشترک **۲۴** است. اما اگر فاصله درختان ۲۴ متر باشد، در ضلع کوچکتر فقط ۳ درخت خواهیم داشت. لذا عدد ۱۲ که بزرگترین عدد مشترک قبل از ۲۴ است را بررسی می‌کنیم: تعداد درختان در ضلع کوچکتر= $۴۸ \div ۱۲ + ۱ = ۵$ تعداد درختان در ضلع میانی= $۷۲ \div ۱۲ + ۱$ تعداد درختان در ضلع بزرگتر= $۹۶ \div ۱۲ + ۱ = ۹$ پس در مجموع در این فضای سبز ۱۸ تا درخت کاشته خواهد شد.	۶

۶	سه شرکت حمل و نقل مهر، امید و پیشرو مأمور جابه‌جایی ۱۳۲۰ مسافر هستند. اگر هر شرکت به تنهایی کار کند، به‌ترتیب در ۸، ۱۰ و ۱۲ نوبت همه‌ی مسافران را جابه‌جا می‌کند. هر سه شرکت هم‌زمان کار را آغاز می‌کنند. پس از پایان نوبت دوم، شرکت مهر از ادامه‌ی کار خارج می‌شود و دو شرکت دیگر به فعالیت خود ادامه می‌دهند. همچنین شرکت پیش‌رو پس از خروج شرکت مهر، یکبار بیشتر از شرکت امید مسافران را جابجا کرده‌است. الف) در لحظه‌ی خروج شرکت مهر چند مسافر جابه‌جا شده بودند؟ (۲/۵ نمره) پاسخ: شرکت مهر پس از دو نوبت خارج می‌شود؛ بنابراین هر سه شرکت دو نوبت کار کرده‌اند. اما هر شرکت در هر نوبت به تنهایی چند مسافر را جابجا می‌کند: - شرکت مهر: نفر $\frac{۱۳۲۰}{۸} = ۱۶۵$ - شرکت پیشرو: نفر $\frac{۱۳۲۰}{۱۲} = ۱۱۰$ - شرکت امید: $\frac{۱۳۲۰}{۱۰} = ۱۳۲$ پس این سه شرکت در هر نوبت در مجموع ۴۰۷ نفر را جابجا کرده‌اند: ۱۶۵+۱۱۰+۱۳۲=۴۰۷. بنابراین تا موقع خروج شرکت مهر ۸۱۴ نفر جابجا شده‌اند: ۲×۴۰۷=۸۱۴ ب) پس از خروج شرکت مهر، در مجموع شرکت‌های امید و پیشرو چند نوبت دیگر جابجایی انجام داده‌اند؟ (۱/۵ نمره) پاسخ: در لحظه خروج مهر ۵۰۶ مسافر دیگر باقی مانده است. و شرکت‌های امید و پیشرو باهم در هر نوبت ۲۴۲ مسافر جا به جا می‌کنند. پس تعداد نوبت‌های لازم برابر است با $\frac{۵۰۶}{۲۴۲} = ۲.۰۹۱$ که یک عدد صحیح نیست. یعنی پس از خروج شرکت مهر، شرکت امید ۲ نوبت و شرکت پیشرو ۳ نوبت کار کرده اند. در هر حال مجموع آنها برابر است با ۵ نوبت. ج) استدلال کنید، کدام شرکت بیشترین سهم را در جابه‌جایی مسافران داشته است (دلیل خود را کامل بنویسید). (۲ نمره) پاسخ: شرکت مهر در هر نوبت ۱۶۵ نفر، شرکت امید در هر نوبت ۱۳۲ و شرکت پیشرو ۱۱۰ مسافر جابه جا می‌کند. از طرفی با توجه به قسمت الف و ب، تعداد نوبت‌های شرکت مهر ۲ بار، شرکت امید ۴ بار و شرکت پیشرو ۵ بار. پس شرکت مهر کمتر از همه مسافر جابجا کرده است، یعنی نفر $۲ \times ۱۶۵ = ۳۳۰$ شرکت امید در ۴ نوبت جابجایی: نفر $۴ \times ۱۳۲ = ۵۲۸$ بنابراین مسافران باقی مانده برای شرکت پیشرو است: نفر $۱۳۲۰ - (۳۳۰ + ۵۲۸) = ۴۶۲$ پس شرکت امید، بیشترین تعداد مسافر را جاجا کرده است.	۶

دانش آموزان عزیز، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید.