۱) الف) مساحت جانبی شکل = محیط قاعده × ارتفاع = (۸ × ۰٫۱۵) × ۳ = ۴٫۸ متر مربع

متر مربع را طی کرده است $۴٫۸ \times ۵۰ = ۲۴۰$

ب) هر لیتر ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب است. مساحت قاعده = $۴۰ \times ۵۰ = ۲۰۰۰$ سانتی متر مربع

$\Rightarrow$ ارتفاع آب $= \frac{۲۸۰۰۰}{۲۰۰۰} = ۱۴٫۵$ سانتی متر

۲) مجموع اعداد داده شده ۱ می شود که عددی فرد است پس باید یک عدد فرد انتخاب شده باشد. ۱۰ تا ۳ - ۱ حذف کنیم حاصل جمع اعداد باقی مانده ۴ می شود اما هر عدد از اعداد باقی مانده فرد هم که حاصل جمع آنها ۲ باشد. ۱۰ تا ۱ - ۱ حذف کنیم نمانده) حاصل جمع اعداد باقی مانده ۴ می شود اما هر عدد از اعداد باقی مانده فرد هم که حاصل جمع آنها ۲ باشد. ۱۰ تا ۱ - ۱ حذف کنیم نمانده) قبیه اعداد را به دو دسته با حاصل جمع ۱ تقسیم کرد $(۴-, ۰, ۵)$ و $(۵-, ۹, ۳-)$. با ادامه این بررسی متوجه می شویم تنها حالت ممکن این است پس عدد ۱- حذف شده است.

۳) الف) $\left(\frac{۱۲}{۵}\right)^۴ \times \frac{۸}{۴} \times \left(\frac{۱۲}{۵}\right)^۴ = ۲ \times \left(\frac{۱۲}{۵}\right)^۶$

ب) الف) A روی محور طولهاست $\Rightarrow ۵b - ۱۰ = ۰ \Rightarrow b = ۲ \Rightarrow A = [۳, ۰]$

B روی نیمساز ناحیه اول و سوم است $\Rightarrow ۲ - a = ۲a - ۱ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow B = [۱, ۱]$

ب) ب) $\overrightarrow{BA} = [۳-۱, ۰-۱] = [۲, -۱]$

۴) $A + B = ۱ - \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۴} - \frac{۳}{۴} + \cdots + \frac{۱}{۵۰} - \frac{۴۹}{۵۰} + \frac{۵۰}{۵۱}$

$= \underbrace{۱ - ۱ + ۱ - ۱ + ۱ - \cdots - ۱}_{۵۰ \text{ تا}} + \frac{۵۰}{۵۱} = ۰ + \frac{۵۰}{۵۱} = \frac{۵۰}{۵۱}$

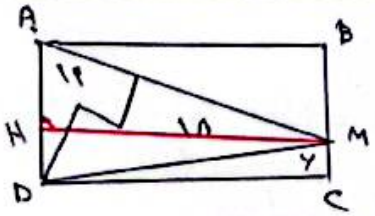
۵) رقم چاپ شده $۳۶۰ \times ۴ = ۱۴۴۰$ تایی $۶ \times ۶۰ = ۳۶۰$

۹ رقم برای اعداد یک رقمی $۹ \times ۱ = ۹$ رقم برای اعداد دو رقمی $۹۰ \times ۲ = ۱۸۰$

$۱۴۴۰ - ۱۸۹ = ۱۲۵۱$, $۱۲۵۱ \div ۳ = ۴۱۷$

پس ۴۱۷ عدد سه رقمی چاپ شده از آخر این عدد چاپ شده می شود $۴۱۷ + ۹۹ = \boxed{۵۱۶}$

۶)



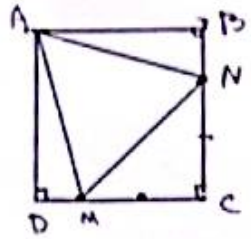
$S(AMD) = ۱۸+۱۲ \Rightarrow \frac{MH \cdot AD}{۲} = ۱۸+۱۱ = ۳۰$

$S(ABM) = \frac{AB \cdot BM}{۲}$, $S(DMC) = \frac{CD \cdot MC}{۲}$

$\Rightarrow S(ABM) + S(AMD) = \frac{MH \cdot BM}{۲} + \frac{MH \cdot MC}{۲} =$

$\Rightarrow MH \times AD = ۶۰$ طبق فرض

۷) فرض کنیم ضلع مربع $3x$ باشد پس مساحت مربع می‌شود $9x^2$. مساحت سه مثلث قائم‌الزاویه ABN و ADM و NCM می‌شود $\frac{x^2}{2}$ و $\frac{2x^2}{2}$ و $\frac{3x^2}{2}$ پس مساحت مثلث ANM می‌شود $9x^2 - \left(\frac{x^2+2x^2+3x^2}{2}\right) = 4x^2$ بنابراین جواب $\frac{4}{9}$ است.



---

۱۰) بین هر دو رقم (۹) و هر دو رقمی (۹۰ , ۰۰۰ , ۳۶ , ۲۷ , ۱۸) هر دو از ۱۰۰ تا ۱۹۹ (۱۸۰ , ۱۷۱ , ۱۰۰۰ , ۱۰۸) و هر دو از ۲۰۰ تا ۲۹۹ (۲۷۰ , ۰۰۰ , ۲۲۵ , ۲۱۶ , ۲۰۷) و هر دو از ۳۰۰ تا ۳۹۹ (۳۶۰ و ۰۰۰ , ۳۱۵ , ۳۰۶) و الی آخر پس مجموع ارقام اعدادی که حاصل جمع ارقام ۹ است می‌شود $1+9+9+8+7+\cdots+9+0 = 55$

از ۱۰۰۰ تا ۱۰۹۹ تعداد $\frac{36}{9} = 4$ تا و از ۱۲۰۰ تا ۱۲۹۹ تعداد $\frac{36}{9} = 4$ تا

از ۱۴۰۰ تا ۱۴۹۹ تعداد $\frac{36}{9} = 4$ تا و از ۱۴۰۰ تا ۱۴۰۴ هم (۱۴۰۴) خود با مجموع ارقام ۹ دارد پس جواب اول می‌شود:

$$55 + 36 + 28 + 21 + 1 = 141$$

از ۱۰۰۰ تا ۱۰۹۹ ← ۹ عدد (۱۰۰۸ - ۱۰۱۷ - ۱۰۲۶ - ۱۰۳۵ - ۱۰۴۴ - ۱۰۵۳ - ۱۰۶۲ - ۱۰۷۱ - ۱۰۸۰)

از ۱۱۰۰ تا ۱۱۹۹ ← ۸ عدد از ۱۲۰۰ تا ۱۲۹۹ ← ۷ عدد از ۱۳۰۰ تا ۱۳۹۹ ← ۶ عدد از ۱۴۰۰ تا ۱۴۰۴ ← ۵ عدد

پس مجموع ارقام با مجموع ارقام ۹ ← $9+8+7+6+5 = 35$

با از آن ۱۴۰۴ تعداد $\frac{1404}{9} = 156$ عدد مضرب ۹ داریم که مجموع ارقام آنها ۹ یا ۱۸ یا ۲۷ می‌شود حال فقط باید مجموع ارقام ۲۷ داریم پس تعداد اعدادی که مجموع ارقام آنها ۱۸ است می‌شود:

$$156 - 87 = 69$$

۸- چون $\frac{22}{7}$ از ۱۰۸ و $\frac{24}{7}$ برابر ۱۰۸ است پس تعداد گروه‌های افراد هر گروه می‌تواند ۱۰۸ یا مضرب صحیحی از ۱۰۸ باشد.

$\frac{1944}{1944} = \frac{3240}{1944} = K \Leftarrow 3240 - 1296 = 1944$ ← حاصل ضرب تعداد افراد هر گروه $x = 108$

$K = 3240 - 2592 = 648 \Leftarrow$ " $x = 54$

$K = 1296 - 972 = 324 \Leftarrow$ " $x = 36$

$K = 864 - 648 = 216 \Leftarrow$ " $x = 27$

$K = 432 - 324 = 108 \Leftarrow$ " $x = 18$

پس فقط جواب اول قبول $K = 216$ است.

۹- الف) چون x بر y و y بر z :

$$\begin{cases} x+y+z = 140 \\ x+y = 22z \\ y+z = 44x \end{cases} \Rightarrow 23z + z = 140 \Rightarrow z = 5$$

$$y = 220 - 115 = 105$$

$$x = 44 - 5 = 39$$

ب) $\frac{1}{2} \times 11 \times 7 \times 8 = 308$ مساحت $= 7 \times 7 \times 8 = 392$

$$\Rightarrow x \times y \times z = \frac{392 \times 308}{154} = 784$$

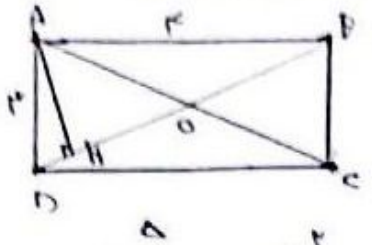
چون جواب درست می‌شود این قسمت حذف می‌شود و نمره قسمت الف داده می‌شود.

Scanned with CamScanner

پاسخ سوالات فصل هشتم - مرحله دوم مسابقه متر - اردیبهشت ۱۴۰۳

۱) طول وتر $= \sqrt{۳^۲ + ۱۰^۲} = \sqrt{۱۰۹} \Rightarrow$ شعاع $= \frac{\sqrt{۱۰۹}}{۲}$

۲)

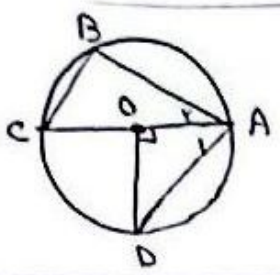


$BD^۲ = ۴^۲ + ۳^۲ = ۲۵ \Rightarrow BD = ۵ \Rightarrow AO = ۲/۵$

$S(ABD) = \frac{BD \cdot AH}{۲} = \frac{AB \cdot AD}{۲} \Rightarrow AH = \frac{۱۲}{۵} = ۲/۴$

$AOH : OH^۲ = AO^۲ - AH^۲ = ۲/۵^۲ - ۲/۴^۲ = ۰/۴۹ \Rightarrow OH = ۰/۷$

۳)



$A_۱ = ۶۰^\circ \Rightarrow A_۲ = ۳۰^\circ \Rightarrow B = ۹۰^\circ$ محاط روبرو قطر

$\Rightarrow C = ۶۰^\circ$

۴) اگر حجم دو ظرف را x بگیریم مقدار نمک ظرف اول $\frac{۱}{۵}x$ و مقدار نمک ظرف دوم $\frac{۱}{۴}x$ است پس درصد نمک هر کدام:

$\frac{\frac{۱}{۵}x + \frac{۱}{۴}x}{۲x} = \frac{\frac{۹}{۲۰}x}{۲x} = \frac{۹}{۴۰} \Rightarrow ۱۴۰۰ \times \frac{۹}{۴۰} = ۳۵۰$ مقدار نمک

۵- اگر سن ایمان را x و سن خواهر ایمان را y بگیریم داریم:

$$\begin{cases} x - ۵ = \frac{۳}{۴}(y - ۵) \\ x + ۳ = \frac{۴}{۳}(y + ۳) \end{cases}$$

$\Rightarrow \frac{۳}{۴}y - \frac{۱۵}{۴} + ۵ = \frac{۴}{۳}y + ۴ - ۳ \Rightarrow \frac{۱}{۱۲}y = \frac{۱۴}{۴} \Rightarrow y = ۱۳$, $x = ۱۷$

حال فرض کنیم z سال بعد سن برادر ایمان دو برابر سن خواهر ایمان باشد پس:

$۱۷ - z = ۲(۱۳ - z) \Rightarrow z = ۲۶ - ۱۷ \Rightarrow z = ۹$

۶- باید ۷۲ را به صورت حاصلضرب ۳ عدد طبیعی نوشت که تعداد روش‌های مختلف

$۷۲ = ۲^۳ \times ۳^۲$

به این صورت به دست می‌آید که ۳ در کدام توان از ۵ مرحله در کدام توان از ۳ قسم کند. ۱۰ روش می‌شود

(۲و۳و۳) - (۱و۳و۶) - (۱و۲و۶) - (۱و۱و۷) - (۲و۲و۶) - (۲و۳و۴) - (۱و۴و۴) - (۲و۴و۳) - (۳و۳و۴) - (۳و۴و۳)

۷- دو عدد متوالی را $x-۳$ و $x-۲$ و ... و $x+۵$ می‌گیریم و عدد حذف شده را y می‌گیریم پس

$۹x - ۹ - y = ۱۳۹۹ \Rightarrow x - y = ۱۴۰۰ \Rightarrow ۱۰x + ۵ = ۱۴۰۴ + y \Rightarrow ۱۰x = ۱۳۹۹ + y$

چون $۹x - y = ۱۳۹۹$ پس $۹x - ۱۳۹۹ = y \geq ۰$ پاسخ این نامساوی برای x اعداد ۱۵۴ و ۱۵۵ و ۱۵۶ می‌شود

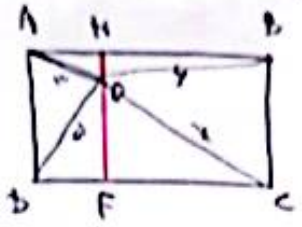
که به ازای $x = ۱۵۴$ اعداد ۱۵۹ و ... و ۱۵۰ و ۱۵۱ پس می‌شود که عدد حذف ۱۲۱ می‌شود که قابل قبول نیست

برای $x = ۱۵۵$ اعداد ۱۶۰ و ... و ۱۵۱ و ۱۵۲ پس می‌شود که عدد حذف ۱۵۱ می‌شود.

برای $x = ۱۵۶$ اعداد ۱۶۱ و ... و ۱۵۲ و ۱۵۳ پس می‌شود که عدد حذف ۱۶۱ می‌شود.

Scanned with CamScanner

لیست شرکت کنندگان مرحله دوم ب م م ۱۴۰۴ - دختران



سوال ۸)

$$\left.\begin{aligned} x^2 &= 5^2 + AH^2 \\ 7^2 &= 5^2 + HB^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 24 = BH^2 - AH^2$$

به طریق مشابه ثابت می‌شود: $x^2 - 5^2 = CF^2 - BF^2$ پس داریم

$$x^2 - 25 = 24 \rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x = \sqrt{49}$$

سوال ۹) هر سلسله به تعداد عوض عالیه‌ها خود تغییر وضعیت می‌دهد از رو به پشت یا از پشت به رو تغییر می‌کند چون $2^3 \times 3^3 = 216$ و 13 عوض عالیه داریم این‌که به رو است چون تعداد زوجی پشت و روی می‌شود ولذا به شکل اولیه برمی‌گردد. اعدادی که مربع کامل هستند تعداد مقسوم‌علیه‌هایشان فرد است ولذا این در انتهای کار پشت رو به بالا است این اعداد عبارتند از: $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2, 10^2, 11^2, 12^2, 13^2, 14^2$ پس 14 تا شاگرد طرف اول) به پشت است.

سوال ۱۰) باغ تمثال ۱۰ پایه دم انبوه. (باغ تمثال اول $5^3 + 5^5 = 18,775$ است

و باغ تمثال دوم خیرات.)

Scanned with CamScanner

۱)

۲) چون $p-1$ یکی از عوامل اول داریم و عوامل بعدی مانند q^n است که q اول است. از طرفی p اول است $p-1$ باید زوج باشد (چون p فرد است پس q باید زوج باشد)

$p-1 = 2^7 \times 2^6 \times 2^9 \Rightarrow p = 2^{22} + 1 = 4194305$ یا $p = 257$

257 اول است پس q فرد است.

257 چنین خاصیتی دارد.

$p-1 = x^3 \Rightarrow p = 257$

$x^3 - x = 100$

۳) $ab = 72$ یا $ab = 1 \times 72$ یا 2×36 یا 3×24 یا 4×18 یا 6×12 یا 8×9

$a+b+10 = 24 \rightarrow a+b = 14 \Rightarrow a = 9, b = 5$

$19 + c = 39$

$c + d + 18 = 30$

$20 + d = 26$

۴) چون $2^4 \times 3^2 = 144$ بنابراین عدد چهار بار بر ۲ و دو بار بر ۳ تقسیم شود. تعداد روش‌ها به این صورت است که آمیزه‌ای از کدام مرحله تقسیم بر ۳ تقسیم (اول و دوم - اول و سوم - ... - پنجم و ششم) که ۱۵ روش می‌شود.

۵) مثلث‌های OBH و OBF به حالت وتر و یک ضلع برابرند $BH = BF = x$

به همین ترتیب $\triangle OFC \cong \triangle OTC$ پس $CF = CT = 6$ حال رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم

$(x+2)^2 = 7^2 + (x+1)^2$

$\Rightarrow 12x + 36 = 49 + 2x + 1 \Rightarrow 10x = 14 \rightarrow x = \frac{7}{5}$

$S(ABC) = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{\frac{12}{5} \times 7}{2} = \frac{42}{5}$

۶) $5^{12} - 1 = (5^6+1)(5^6-1) = (5^6+1)(5^3+1)(5^3-1) = (5^6+1)(5^2+1)(5+1)(5-1)$

$= 2^5 \times \underbrace{(5^6+1)}_{\text{عدد اول}} \times 3 \times 13 \times 313 \times 8 = 4 \times 6 \times 26 \times 626 \times 313$

تعداد ۴ رقمی این عدد عبارتند از: 3913 و 3904 و 3816 و 3808 و 1304 و 1216 و 1208 و 0

مجموع آنها می‌شود:

$3913 + 3816 + 3128 + 1304 + 1216 + 626 + 313 + 0 = 13316$

بقیه در صفحه

۶) زوج مجموعه‌های مذکور باید حداقل ۲ عضو مشترک داشته باشند. {۱,۲,۳,۴}، {۱,۲,۵,۶}، {۱,۳,۵,۷}، {۲,۴,۵,۷} ← زوج مجموعه‌های فاقد عضو مشترک

مجموع ۱۲۶

{۳,۴,۶,۷} ← یک عضو مشترک دارند ← ۵ × ۵ = ۲۵

{۱,۲} ← ۲ عضو مشترک دارند ← $\frac{5\times4}{2}\times\frac{6\times5}{6}=10\times10=100$

---

۹) ✱ مثلث BAC قائم‌الزاویه است (A محاطی روی قطر است) و AH ارتفاع وارد بر وتر است.

$AH^2 = BH\cdot CH \Rightarrow 75 = 5\times CH \Rightarrow CH = 15$

$S = 100\pi - (\frac{15}{2})^2\pi - (\frac{5}{2})^2\pi = 100\pi - \frac{225}{4}\pi - \frac{25}{4}\pi = \frac{75}{2}\pi$

---

۸) $\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=\frac{3}{4}z \xrightarrow{\times xyz} x+y+z=\frac{3}{4}z^2xy = 10z$

$\Rightarrow x+y=9z \xrightarrow{\times xy} x^2y+xy^2 = 9xyz = 9\times15 = 135$

---

۱۰) ✱ به سوال ۱۰ پایه دهم مراجعه کنید. (پاسخ قسمت اول $5^{10}-5^5+1=9\,756\,876$ است

و پاسخ قسمت دوم خیر است)

Scanned with CamScanner