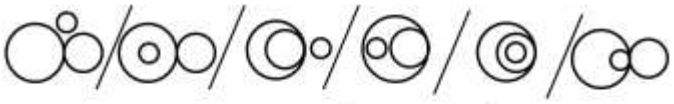
دانش‌آموزان عزیز ضمن تبریک به شما برای شرکت در این مسابقه و با آرزوی موفقیت، لطفاً به نکات زیر توجه کنید.

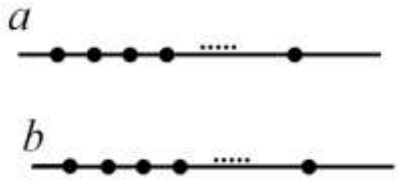
خانه ریاضیات شهر : .....

مشخصات اعضای تیم: ۱-..... ۲- ..... ۳-.....

ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	تمام حالت‌های ممکن را برای سه دایره رسم کنید که در هر حالت حداکثر ۲ نقطه مشترک داشته‌باشند. حل: بدون نقطه مشترک (الف  یک نقطه مشترک (ب  ۲ نقطه مشترک (پ 	۳
۲	الف)مجموع ارقام شماره صفحات یک کتاب که ۱۶۳ صفحه دارد را به‌دست آورید. ب)اگر شماره یکی از صفحات کتاب خوانا نباشد و یکی از رقم‌هایش ۹ باشد و مجموع ارقام شماره بقیه صفحات ۱۴۰۴ به‌دست آید، شماره آن صفحه را به‌دست آورید(مسئله چند جواب دارد) حل:الف) ابتدا از یک تا ۱۵۹ را حساب می‌کنیم. می‌دانیم: $۱+۲+۳+...+۹=۴۵$ ۱۶ دفعه اعداد یک تا نه تکرار شده است. $۱۶\times۴۵=۷۲۰$=مجموع ارقام یکان ۱۰ دفعه اعداد یک تا نه و یک تا پنج تکرار شده است. $۱۰\times۶۰=۶۰۰$=مجموع ارقام دهگان ۶۰ عدد هست که رقم صدگان یک دارد. $۶۰\times۱=۶۰$=مجموع ارقام صدگان $۷۲۰+۶۰۰+۶۰=۱۳۸۰$ مجموع ارقام اعداد ۱۶۰ و ۱۶۱و ۱۶۲ و ۱۶۳ : $۷+۸+۹+۱۰=۳۴$ مجموع ارقام شماره صفحات $۱۳۸۰+۳۴=۱۴۱۴$ ب) $۱۴۱۴-۱۴۰۴=۱۰$ مجموع ارقام صفحه‌ای که شمارهٔ آن‌را ندیده ۱۰ است . چون یکی از ارقام آن ۹ است پس مجموع بقیه ارقام یک است و شمارهٔ آن صفحه می‌تواند۱۹ یا ۹۱ یا۱۰۹ باشد.	۴

۳

روی دو خط a و b جمعاً ۲۰۲۵ نقطه مشخص کردیم.



اولین نقطهٔ از سمت چپ روی خط a به ۷۸۴ نقطه از نقاط روی خط b متصل است.
دومین نقطهٔ از سمت چپ روی خط a به ۷۸۵ نقطه از نقاط روی خط b متصل است.
سومین نقطهٔ از سمت چپ روی خط a به ۷۸۶ نقطه از نقاط روی خط b متصل است.
به همین ترتیب آخرین نقطهٔ از سمت چپ از a به تمام نقاط خط b متصل است.
حساب کنید روی خط b چند نقطه مشخص کردیم؟

حل:

روش اول:اگر تعداد نقاط روی خط a، x باشد. داریم:
اولین نقطهٔ روی خط a با $۷۸۳+۱$ نقطه از b متصل است.
دومین نقطهٔ روی خط a با $۷۸۳+۲$ نقطه از b متصل است.
سومین نقطهٔ روی خط a با $۷۸۳+۳$ نقطه از b متصل است
x امین نقطهٔ روی خط a با $۷۸۳+x$ نقطه از b متصل است.
پس تعداد نقاط روی b برابر $۷۸۳+x$ است بنابراین داریم:

$$(۷۸۳+x)+x=۲۰۲۵\Rightarrow ۲x=۲۰۲۵-۷۸۳ \qquad ۲x=۱۲۴۲\Rightarrow x=۶۲۱$$

$$\text{تعداد روی خط نقطه } b = ۲۰۲۵-۶۲۱=۱۴۰۴$$

روش دوم: با توجه به صورت مسئله می‌فهمیم. اختلاف نقاط روی خطوط a و b برابر $۷۸۳=۱-۷۸۴$ است.

دوبرابر نقاط روی a $\quad ۲۰۲۵-۷۸۳=۱۲۴۲$

تعداد نقاط روی a $\quad ۱۲۴۲\div ۲=۶۲۱$

تعداد نقاط روی b $\quad ۲۰۲۵-۶۲۱=۱۴۰۴$

۴

لوزی رسم کنید که نسبت طول قطر بزرگ به طول قطر کوچک آن ۵ به ۳ و مساحت آن ۲/۷ سانتی‌مترمربع باشد. روش رسم را توضیح دهید و سپس محیط لوزی را تا ۲ رقم اعشار به دست آورید.

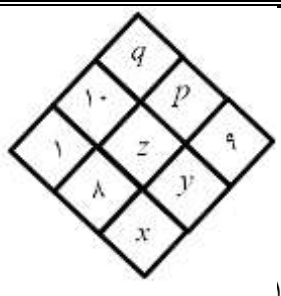
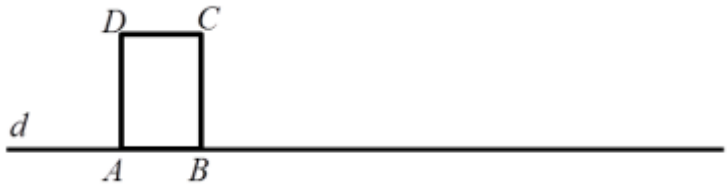
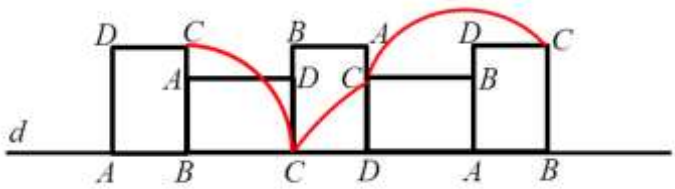
حل :

می‌دانیم در لوزی، قطرها عمود منصف یکدیگرند و مساحت لوزی برابر است با: نصف حاصل‌ضرب دو قطر

$$\text{مساحت} = \frac{۵x\times ۳x}{۲}=۲/۷\rightarrow x=۰/۶$$

لذا طول قطر بزرگ $۳=۵\times ۰/۶$ و طول قطر کوچک $۱/۸=۳\times ۰/۶$ سانتی‌متر است. لذا دو پاره خط که عمود منصف یکدیگر بوده و طول آنها ۳ و ۱/۸ سانتی‌متر است را رسم می‌کنیم و نقاط انتهایی آن‌ها را به هم وصل می‌کنم. طول ضلع این لوزی $\sqrt{۳/۰۶}=\sqrt{\left(\frac{۱/۸}{۲}\right)^۲+\left(\frac{۳}{۲}\right)^۲}$ است و محیط آن $۴\sqrt{۳/۰۶}=\sqrt{۴۸/۹۶}$ است که تا دو رقم اعشار ۶/۹۹ است.

عدد	۶/۹	۶/۹۵	۶/۹۸	۶/۹۹	۷
مجذور	۴۷/۶۱	۴۸/۳۰	۴۸/۷۲	۴۸/۸۶	۴۹

۵	در جدول مقابل هر کدام از اعداد x و y و z و ۸ میانگین سه عدد بالایی و مجاورخود عدد هستند. اگر همه اعداد داخل جدول، همه، اعداد طبیعی و متفاوت باشند و p عدد اول باشد. مقدار x را بیابید. 	۵
	حل: ۸ میانگین سه عدد یک و ده و z است لذا: $۳\times۸=۱+۱۰+z\Rightarrow z=۱۳$ $z=۱۳$ میانگین سه عدد ده و p و q است. لذا: $۱۳=۱۰+p+q\Rightarrow p+q=۲۹\ ,\ p\le۲۸$ y میانگین سه عدد سیزده و نه و q است. لذا: $۳y=۱۳+۹+q\Rightarrow ۳y=۲۲+p$ x میانگین سه عدد هشت و z و y است. لذا: $۳x=۸+z+y\Rightarrow ۳x=۲۱+y$ از اینکه $p\le۲۸$ و $۳y=۲۲+p$ ، $۲۲+p$ باید مضرب ۳ باشد.در نتیجه p برابر: ۲۶یا...یا ۸ یا ۵ یا ۲ بنابراین y برابر: ۱۶یا...یا۱۰یا ۹ یا ۸ است و از اینکه $۳x=۲۱+y$ نتیجه می‌شود y مضرب ۳ است پس y برابر: ۹ یا ۱۲ یا ۱۵ است. چون در جدول عدد ۱۰ وجود دارد قابل قبول نیست. $y=۹\Rightarrow ۳x=۲۱+۹\Rightarrow x=۱۰$ چون p باید عدد اول باشد قابل قبول نیست. $y=۱۲\Rightarrow ۳x=۲۱+۱۲\Rightarrow x=۱۱\quad y=۱۲\quad z=۱۳\quad p=۱۴\quad q=۱۵$ قابل قبول است. $y=۱۵\Rightarrow ۳x=۲۱+۱۵\Rightarrow x=۱۲\quad y=۱۵\quad z=۱۳\quad p=۲۳\quad q=۶$ **جواب مسئله:** $x=۱۲$	
۵	مستطیل $ABCD$ مطابق شکل روی خط d قرار دارد همچنین $AD=۱۰$ $AB=۷/۵$ این مستطیل روی خط می‌غلطد و این غلطیدن را آن قدر ادامه می‌دهد تا دوباره ضلع AB روی خط d قرار گیرد. طول مسیری که نقطهٔ C طی می‌کند را بیابید. 	۶
	حل: در چرخش اول نقطهٔ C حول نقطهٔ B و به شعاع BC حرکت می‌کند. در این چرخش طول مسیری که نقطهٔ C طی می‌کند برابر $\frac{۱}{۴}\pi\times۲\times۱۰=۵\pi$ در چرخش دوم نقطهٔ C به مرکز C دوران می‌کند طول مسیر برابر صفر در چرخش سوم نقطهٔ C به مرکز D و به شعاع DC حرکت می‌کند در این چرخش طول مسیری که نقطهٔ C طی می‌کند برابر $\frac{۱۵\pi}{۴}=\frac{۱}{۴}\pi\times۲\times۷/۵$ در چرخش چهارم نقطهٔ C حول نقطهٔ A و به شعاع AC $\left(AC=\sqrt{۱۰^۲+۷/۵^۲}=۱۲/۵\right)$ حرکت می‌کند. در این چرخش طول مسیری که نقطهٔ C طی می‌کند برابر $\frac{۲۵\pi}{۴}=\frac{۱}{۴}\pi\times۲\times۱۲/۵$ بنابراین طول کل مسیری که نقطهٔ C طی می‌کند برابر $۵\pi+\frac{۱۵\pi}{۴}+\frac{۲۵\pi}{۴}=۱۵\pi$ 	

دانش آموزان عزیز، خسته نباشید، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید