مشخصات اعضای تیم
۱-
۲-
۳-

نام خانه ریاضیات :

توجه: فقط به چهار سؤال از شش سؤال زیر پاسخ دهید.

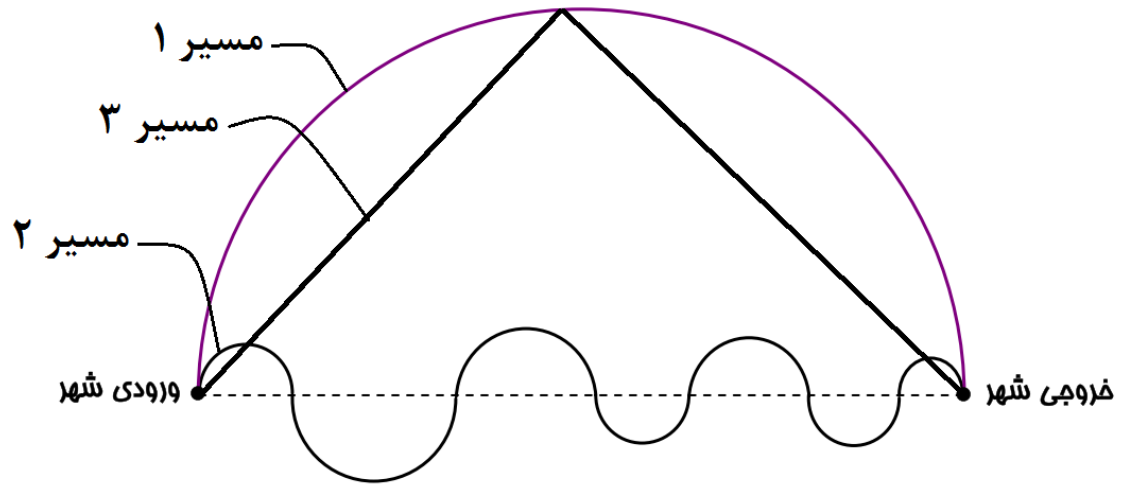
۱-هر گروه باید تا ساعت ۲۴ روز پنج شنبه ۱۶ مرداد یک پاسخنامه آماده کند

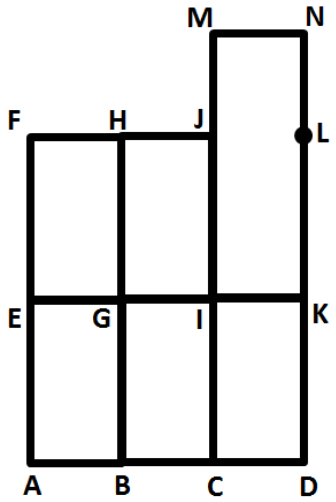
و برای مدیر خانه شهر خود ارسال کند.

۲- مدیران محترم خانه ها پاسخ ها را حداکثر تا ساعت ۸ صبح روز جمعه ۱۷مرداد یکجا در ایتا به شماره ۰۹۱۳۳۸۳۷۱۷۳(نصیری) ارسال نمایند.

۳-تاخیر در ارسال موجب کسر نمره می شود.

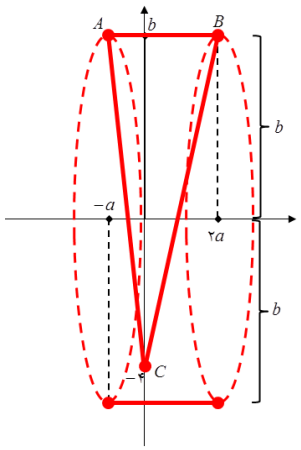
۴-دانش آموزان عزیز برگه‌های آزمون را در موقع پرسش شفاهی(طبق جدول زمان بندی) همراه داشته باشید.

ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	برای اینکه از ورودی شهر به خروجی برسیم، چند مسیر متفاوت به شکل زیر وجود دارد. مسیر ۱ به‌صورت نیم دایره است. مسیر ۲ از تعدادی نیم دایره تشکیل شده است. مسیر ۳ یک خط شکسته است. طول مسافت طی شده در هر مسیر را با هم مقایسه کنید.  حل:مسیر۱ و ۲ با هم برابرند و هر دو نصف محیط دایره‌ای هستند که قطر آن حد فاصل بین ورودی و خروجی شهر است. زیرا اگر شعاع نیم‌دایره مسیر۱، R و شعاع نیم‌دایره‌های مسیر۲ به ترتیب برابر R_1 و R_2 و R_3 و R_4 و R_5 و R_6 و R_7باشد، واضح است که $R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7$و طول مسیر۱ برابر πRو طول مسیر ۲ برابر است با: $\pi R_1 + \pi R_2 + \pi R_3 + \pi R_4 + \pi R_5 + \pi R_6 + \pi R_7 =$	۵

	$\pi(R_۱+R_۲+R_۳+R_۴+R_۵+R_۶+R_۷)=\pi R$ مسیر۳ که با دو پاره خط نشان داده‌شده‌است،کوتاهتر از مسیر۱ و ۲ می‌باشد چون همواره طول وتر از طول کمان کوچکتر است.	
۶	۲ دو دیگ مکعب مستطیل فلزی داریم که طول و عرض و ارتفاع یکی دو برابر طول و عرض و ارتفاع دیگری است. در ضمن ضخامت و جنس فلز هر دو دیگ یکی است. الف) وزن دیگ بزرگتر، چقدر بیشتر از وزن دیگ کوچکتر است؟ ب) اگر هر دو دیگ را پر از آب جوش کنیم کدام زودتر سرد می‌شود؟ چرا؟ حل: الف) تفاوت وزن این مکعب مستطیل‌ها به سطح آن بستگی دارد و چون هر وجه مکعب مستطیل بزرگتر ۴=۲×۲ برابر دیگری است پس وزن بزرگی ۴ برابر وزن کوچکی است. ب) اجسام از سطح سرد می‌شود. لذا هر چه واحد حجم با سطح بیشتری مرتبط باشد زودتر سرد می‌شود. اگر طول و عرض و ارتفاع مکعب کوچکتر a و bو c باشد مساحت هر وجه ab یا ac یا bcاست و حجم آن abcمی‌باشد و نسبت حجم به سطح هر وجه برابر است با: $\frac{abc}{ab}=c$ و $\frac{abc}{bc}=a$ و $\frac{abc}{ac}=b$ و مساحت هر وجه بزرگی $۴ab$و $۴ac$و $۴bc$ و حجم آن $(۲a)(۲b)(2c)=۸abc$ و نسبت حجم به هر وجه $\frac{۸abc}{۴ac}=۲b$ و $\frac{۸abc}{۴bc}=۲a$ و $\frac{۸abc}{۴ab}=۲c$ است. لذا دیگ کوچکتر زودتر سرد می‌شود.	
۵	۳ در شکل روبه رو شخصی در نقطه A قرار دارد او می‌تواند در هر حرکت در جهت افقی یا عمودی به یکی از نقاط مجاورش برود. به چند طریق می‌تواند با ۶ حرکت خود را به نقطه Nبرساند. آیا او با ۱۱ حرکت می‌تواند چنین کاری را انجام دهد؟ توضیح دهید.  حل: ده راه $ABGHJMN$ $ABGIJMN$ $ABGIKLN$ $AEGHJMN$ $AEGIJMN$ $AEGIKLN$ $AEFHJMN$ $ABCIJMN$ $ABCIKLN$ $ABCDKLN$ کمترین حرکت در این مسئله ۶ تا است اگر بخواهیم بیشتر شود باید به سمت پایین یا چپ حرکت کنیم و هر رفتی برگشتی دارد، یعنی تعداد زوج حرکت، اضافه می‌شود و چون ۵=۶-۱۱ فرد است ، امکان ندارد.	

۴	سه ظرف داریم که گنجایش آن‌ها به نسبت‌های ۵ و ۳ و ۲ است. در ظرف بزرگ مخلوطی از رنگ‌های زرد و قرمز به نسبت‌های ۱ و ۳ وجود دارد و ظرف کاملاً پر است. در نیمی از ظرف وسطی رنگ سفید ودر نیمی از ظرف کوچک هم رنگ آبی وجود دارد و نیم دیگر این ظرف‌ها خالی است. $\frac{۱}{۵}$ از رنگ ظرف بزرگ را در ظرف دوم(وسطی) می‌ریزیم و خوب به هم می‌زنیم تا مخلوط شوند سپس $\frac{۱}{۵}$ از این ظرف (وسطی)را در ظرف کوچک خالی می کنیم. چند درصد از ظرف کوچک را رنگ قرمز تشکیل می‌دهد؟ حل: برای راحتی ظرفیت ظرف‌ها را به ترتیب ۱۰ و ۶ و ۴ واحد در نظر می‌گیریم. در ابتدا در ظرف بزرگ $\frac{۱۰}{۴}$ واحد رنگ زرد و $\frac{۳۰}{۴}$ واحد رنگ قرمز وجود دارد که $\frac{۱}{۵}$ آن را به ظرف وسطی می‌ریزیم.پس در ظرف وسطی واحد رنگ قرمز $\frac{۳۰}{۴}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۳}{۲}$ واحد رنگ زرد $\frac{۱۰}{۴}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۲}$ و ۳ واحد رنگ سفید وجود دارد که $\frac{۱}{۵}$ آن را به ظرف کوچک می‌ریزیم پس در ظرف کوچک واحد رنگ قرمز $\frac{۳}{۲}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۳}{۱۰}$ واحد رنگ سفید $۳\times\frac{۱}{۵}=\frac{۳}{۵}$ ۲ واحد رنگ آبی واحد رنگ قرمز $\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۱۰}$ وجود دارد و نسبت رنگ قرمزبه کل رنگ طرف سوم $\frac{۱}{۱۰}=\frac{\frac{۳}{۱۰}}{۲+\frac{۳}{۵}+\frac{۳}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰}}$ یعنی ۱۰ درصد ظرف سوم را رنگ قرمز تشکیل می دهد.	۴
۵	از عدد ۱۰ شروع تا ۱۰۱ به طور متوالی پشت سر هم نوشتیم و عدد A را ساختیم. $A=۱۰۱۱۱۲۱۳۱۴\ ...۱۰۰۱۰۱$ اگر بتوان Aرا به صورت $k.۳^n$ نوشت که در آن n و k اعداد طبیعی هستند، حداکثر مقدار n را بیابید. حل: $۱۰۱۱۱۲۱۳۱۴\ ...۱۰۰۱۰۱=k.۳^n$ باید ببینیم عدد بر چه توان‌هایی از ۳ بخش‌پذیر است؟ اگر بر ۳ بخش‌پذیر شود و بر ۹ تقسیم نشود یعنی فقط یک بار بر ۳ تقسیم می‌شود و یک عامل۳ در آن وجود دارد. ابتدا مجموع دهگان‌عدد ۱۰۱+...+۱۲+۱۱+۱۰ ، از ۹۹ تا ۱۰ را به‌دست می‌آوریم: $۱۰\times۱+۱۰\times۲+۱۰\times۳+...۱۰\times۹=۱۰\left(\frac{۹\times۱۰}{۲}\right)=۴۵۰$	۵

	مجموع یکان این عدد از ۱۰ تا ۹۹ برابر است با: $۹(۱+۲+۳+\ldots+۹)=۹\left(\frac{۹\times ۱۰}{۲}\right)=۴۰۵$ ۱۰۰ و ۱۰۱ مجموع رقم‌هایشان ۳ می‌شود. در نتیجه مجموع تمام ارقام برابر است: $۴۰۵+۴۵۰+۳=۸۵۸$ بر ۳ تقسیم می‌شود اما بر ۹ خیر، پس فقط یک عامل ۳ در A وجود دارد لذا $A=۳^{۱}.k$ و $n=۱$	
۶	مختصات سه رأس مثلث ABC به صورت زیر است(a و b اعدادی طبیعی هستند) $A=\begin{bmatrix}-a\\ b\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}۲a\\ b\end{bmatrix}\quad c=\begin{bmatrix}۰\\ -۴\end{bmatrix}$ این مثلث را حول محور طول‌ها دوران دادیم و یک استوانه به‌دست آمد اگر حجم این استوانه ۱۵۰π واحد مکعب باشد مقادیر a و b را بیابید. حل: چون از دوران ناحیه استوانه به‌دست می‌آید پس $b\geq ۴$ و حجم جسم حاصل برابر است با: $\pi(b)^{۲}\left(۲a-(-a)\right)=۳\pi ab^{۲}$ $۳\pi ab^{۲}=۱۵۰\pi\rightarrow ab^{۲}=۵۰=۵^{۲}\times ۲$ دو حالت پیش می‌آید: ۱) $a=۲$ و $b=۵$ که جواب مسأله است. ۲) $a=۵۰$ و $b=۱$ که قابل قبول نیست.	۵



دانش آموزان عزیز، خسته نباشید، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید