دانش آموزان عزیز با آرزوی موفقیت شما در مرحله سوم مسابقه متر، لطفا به موارد زیر توجه نمایید

۱- اعضای هر تیم پس از تفکر و مشورت با یکدیگر **راه حل کامل** هر سوال را با خط خوانا زیر آن سوال بنویسند.

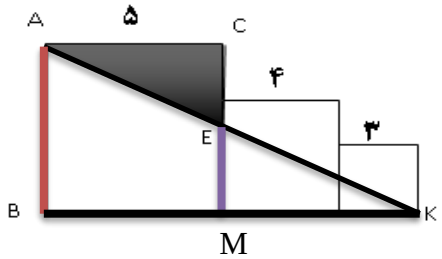
۲- هر تیم باید به ۸ سوال پاسخ دهد

۳- استفاده از ماشین حساب ممنوع می باشد

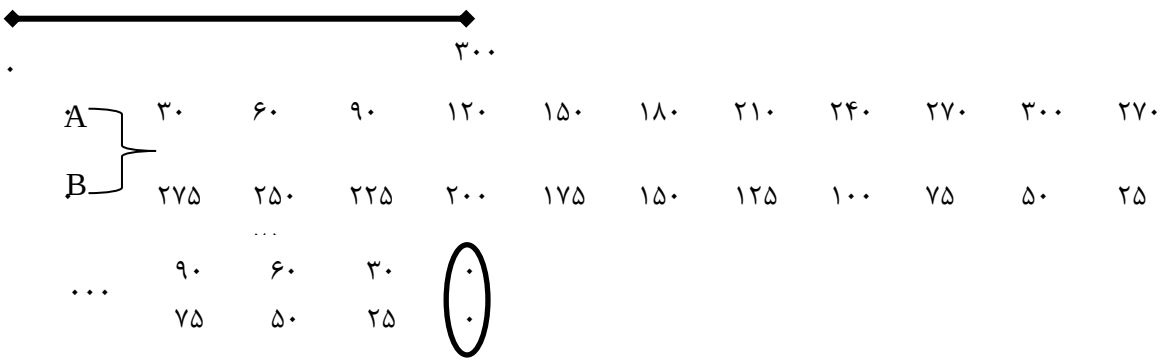
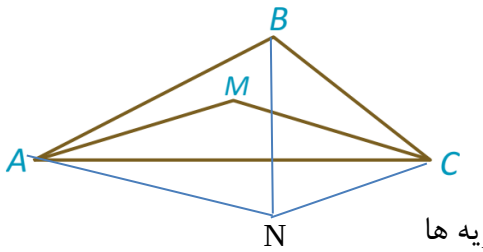
۴- این آزمون شامل ۸ سوال با جمع ۳۰ امتیاز می باشد.

مشخصات اعضای تیم
۱-
۲-
۳-

نام خانه ریاضیات :

ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	در یک دنباله جملات اول و دومش ۲و۴ می باشد و هر جمله از تقسیم جمله قبلش بر جمله قبل ترش(یعنی دوجمله قبل از خودش) بدست می آید. حاصل جمع ۱۴۰۴ جمله اول این دنباله را بدست آورید **پاسخ :** با توجه به تعریف، دنباله به صورت زیر است (۱ نمره) 2 , 4 , 2 . 0/5 , 0/25 , 0/5 , 2 , 4 , 2 , 0/5 , ... همانطور که می بینید دنباله بعد از جمله ششم تکرار می شود و مجموع هر ۶ جمله ۹/۲۵ است. (۰/۵ نمره) $1404 \div 6 = 234 \rightarrow s = 234 \times 9.25 = 2164.5$ (۰/۵ نمره)	۲
۲	در شکل مقابل سه مربع به ضلع ۳ و ۴ و ۵ مطابق شکل رسم شده اند مساحت مثلث رنگی چند است؟  **پاسخ :** **مثلث های ACE و EMK متشابهند پس** (۰/۷۵ نمره) $\frac{EC}{EM} = \frac{AC}{MK} \rightarrow \frac{EC}{EM} = \frac{5}{7}$ **درنتیجه** (۰/۷۵ نمره) $CE = \frac{5}{12}CM \rightarrow CE = \frac{5}{12} \times 5 \rightarrow CE = \frac{25}{12}$ **بنابراین** (۱ نمره) $S(ACE) = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{25}{12} = \frac{125}{24}$	۲/۵

۳	۳	شخصی با ۱۸۶۲ تومان مقداری سیب و پرتقال خرید. قیمت هر سه پرتقال ۲ تومان و قیمت هر ۱۲ سیب ۵ تومان است. اگر تعداد پرتقال‌هایی که خریده پنج برابر تعداد فعلی و تعداد سیب‌ها $\frac{1}{4}$ تعداد فعلی می‌بود، ۵۷۰۰ تومان می پرداخت. تعداد سیب ها و پرتقال ها چند تاست؟ پاسخ : فرض کنیم تعداد سیب ها برابر x و تعداد پرتقال ها y باشد، در این صورت داریم (۱/۵ نمره) $5\times\frac{2}{3}y+\frac{1}{4}\times\frac{5}{12}x=5700$ و $\frac{2}{3}y+\frac{5}{12}x=1862$ از حل دستگاه $\begin{cases}\frac{2}{3}y+\frac{5}{12}x=1862\\ \frac{10}{3}y+\frac{5}{48}x=5700\end{cases}$ داریم $x=1824\ ,\ y=1653$ (۱/۵ نمره)
۴	۳/۵	با سه رقم x,y,z شش عدد سه رقمی با ارقام متمایز ساخته می شود. اگر حاصل جمع این شش عدد ۴۶۶۲ باشد. رقم یکان حاصل ضرب این اعداد چه رقمی می تواند باشد؟ پاسخ : $\overline{xyz}+\overline{xzy}+\overline{yxz}+\overline{yzx}+\overline{zxy}+\overline{zyx}=4662$ (۰/۵ نمره) $\rightarrow 222x+222y+222z=4662$ (۱ نمره) $\rightarrow 222(x+y+z)=4662\rightarrow x+y+z=21$ سه رقم که حاصل جمع آنها ۲۱ شود عبارتند از ۹و۸و۴ یا ۹و۷و۵ یا ۸و۷و۶ (۱ نمره) از طرفی رقم یکان حاصل ضرب شش عدد با رقم یکان $(xyz)^2$ برابر است و در نتیجه رقم یکان خواسته شده می تواند ۴ یا ۵ یا ۶ باشد. (۱ نمره)
۵	۴	طول بزرگترین ضلع حاصل از برخورد سه خط $y=2x-4$ و $x+2y=6$ و $y=-2$ چند است؟ پاسخ : از حل دستگاه های $\begin{cases}y=2x-4\\ x+2y=6\end{cases}$ و $\begin{cases}y=2x-4\\ y=-2\end{cases}$ و $\begin{cases}x+2y=6\\ y=-2\end{cases}$ سه راس مثلث به صورت زیر به دست می آیند (۳ نمره) $A(2.8,1.6)\ ,\quad B(1,-2)\ ,\quad C(10,-2)$ به سادگی دیده می شود بزرگترین ضلع ملث BC است و طول آن برابر ۹ است (۱ نمره)

۶	دو شی A و B در دو سر یک میله ۳ متری قرار دارند. در ابتدا شی A در هر ثانیه پرشی به طول ۳۰ سانتی‌متر در جهت B و شی B در هر ثانیه پرشی به طول ۲۵ سانتی‌متر و در جهت A انجام می‌دهند. هر شی پس از رسیدن به انتهای میله با همان مقدار پرش در طول میله برمی‌گردد و این عمل مرتب تکرار می‌شود. اگر این دو شی فقط در طول مسیر مستقیم میله امکان برخورد با یکدیگر را داشته باشند. اولین باری که دو شی به هم برخورد می‌کنند در کدام نقطه و پس از چند حرکت اتفاق می‌افتد پاسخ : در هر حرکت دو شی ۵۵ سانتی‌متر به یکدیگر نزدیک می‌شوند و وقتی آن دو به یکدیگر می‌رسند مضربی از ۳۰۰سانتی‌متر را با هم طی کرده‌اند. (۱/۵ نمره) پس $55n=300k$ ، (n تعداد حرکت) و یا $11n=60k$ لذا $n=60$ در حرکت ۶۰ ام اولین بار به هم برخورد میکنند و $k=11$ و برخورد تنها به ازای k فرد اتفاق می‌افتد. (۱/۵ نمره) از سوی دیگر در ۶۰ حرکت شی A. $60\times30=1800$ سانتی‌متر را طی می‌کند. که چون مضرب۶ است لذا برخورد در ابتدای میله و جایی که شی A حرکت خود را شروع کرده است اتفاق می‌افتد. (۱/۵ نمره) این مساله را می‌توان با عدد گذاری روی میله و نوشتن مکان‌های دو شی نیز حل کرد.شکل زیر می تواند جیگزین قسمت آخر شود که ۱/۵ نمره دارد)  	۴/۵
۷	در شکل زیر MA=MC=BC و زاویه BCM برابر با ۳۲ درجه و زاویه MCA برابر ۱۴ درجه باشد، اندازه زاویه MAB چقدر است؟  پاسخ : AN را موازی و مساوی MC رسم می کنیم. چهارضلعی AMCN متوازی الاضلاع می شود، و چون MA=MC این چهار ضلعی لوزی است و لذا قطرهای چهارضلعی نیمساز زاویه ها هستند پس در این چهارضلعی دو زاویه MAN , MCN برابر ۲۸ درجه و در نتیجه دو زاویه M , N برابر ۱۵۲ درجه هستند. (۲ نمره) حال چون : BC=MC , MC=CN پس BC=CN واز طرفی زاویه BCN برابر است با ۶۰=۲۸+۳۲ و از اینجا نتیجه می شود که مثلث BCNمتساوی الاضلاع است. (۱ نمره) ازاینجا نتیجه می شود مثلث ABN متساوی الساقین است و چون زاویه راسش (ANB) برابراست با ۹۲=۶۰-۱۵۲ داریم (۲ نمره) $\widehat{BAN}=\frac{180-92}{2}=44 \rightarrow \widehat{BAM}=44-28=16$	۵

۸	۲۰ سکه از دو وزن مختلف و یک ترازوی دو کفه های داریم.ظاهر سکه ها یکسان است. نشان دهید می توان با حداکثر ۱۱ بار توزین می توان تعداد وزنه های سبک و سنگین را از تعیین کرد. پاسخ : ابتدا دو تا از گلوله ها را به دلخواه انتخاب می کنیم و آنها را مقایسه می کنیم(۱ توزین). دو حالت پیش می آید (۱ نمره) الف) دو کفه ترازو نابرابرند. در این صورت یک سکه سبک و یک سکه سنگین شناسایی شده است. سپس این دو مهره را در یک کفه قرار می دهیم و بقیه مهره ها را دوتا دوتا در کفه دیگر قرار می دهیم و با آن دو مقایسه می کنیم. اگر کفه دیگر سنگین تر بود، دو مهره سنگین هستند، اگر کفه دیگ سبک تر بود، دومهره سبک هستند و بالاخره اگر دو کفه برابر بود یکی سبک و یکی سنگین است. پس با ۱۰ مقایسه می توان تعداد سکه های سبک و سنگین را به دست آورد. (۱/۵ نمره) ب) دو کفه برابرند. در این صورت این دو مهره هردو سبک یا هردو سنگین هستند. دوباره مانند حالت اول این دو مهره را در یک کفه قرار می دهیم و بقیه مهره ها را دوتا دوتا با آنها مقایسه می کنیم. اگر دو کفه برابر بودند، سکه ها از نوع همان دوسکه اول هستند. چون سکه ها از دو وزن مختلف هستند در یک مرحله مثلا پس از n توزین دو کفه نا برابر میشود.(تا اینجا $n+1$ توزین). (۱/۵ نمره) اگر در توزین بعد کفه دوم سنگین تر بود سکه های وزن شده قبلی همه سبک هستند و این دوسکه یا هردو سنگین هستند و یا یکی سبک و یکی سنگین است. با یک توزین دیگر این وضعیت روشن می شود در مورد سکه های وزن شده تعداد سکه های سبک و سنگین مشخص می شود(تا اینجا وضعیت $2n+4$ سکه با $n+3$ توزین مشخص شده). در ادامه مانند حالت اول یک سکه سنگین و یک سکه سبک را در یک کفه قرار می دهیم و وضعیت $20-(2n+4)=16-2n$ را با $8-n$ توزین دیگر مشخص می کنیم. پس با ۱۱ توزین تعداد سکه های سبک و سنگین به دست می آید. (۱/۵ نمره)	۵/۵

دانش آموزان عزیز، خسته نباشید، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید