مرحله سوم چهارمین دوره مسابقه متر (بخش کتبی)

پاسخنامه پایه هفتم

تاریخ : ۱۴۰۴/۰۵/۰۳ وقت : ۹۰ دقیقه

شورای خانه های ریاضیات ایران

MTC Mathematicas Team Competition مسابقه تیمی ریاضی متر

دانش‌آموزان عزیز ضمن تبریک به شما برای شرکت در این مسابقه و با آرزوی موفقیت، لطفاً به نکات زیرتوجه کنید.

۱- هر تیم باید یک پاسخنامه را آماده کرده و تحویل دهد.

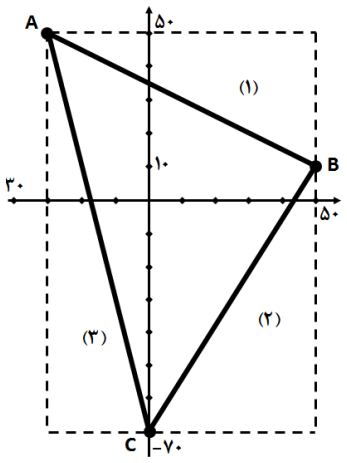
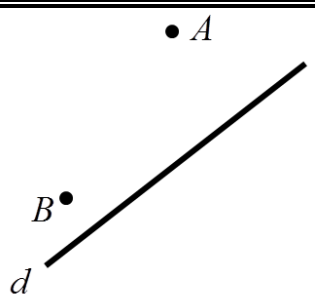
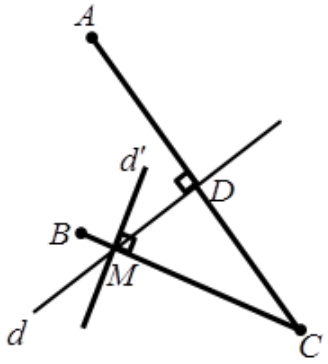
۲- اعضای هر تیم باید پس از فکر کردن و مشورت با یکدیگر، راه حل کامل هر سؤال را با خط خوانا زیر آن سؤال بنویسد.

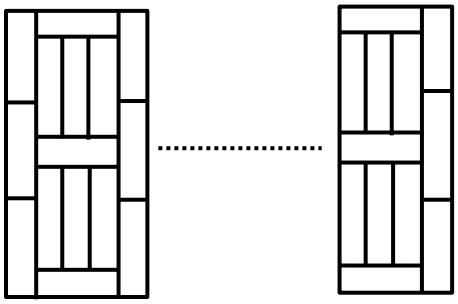
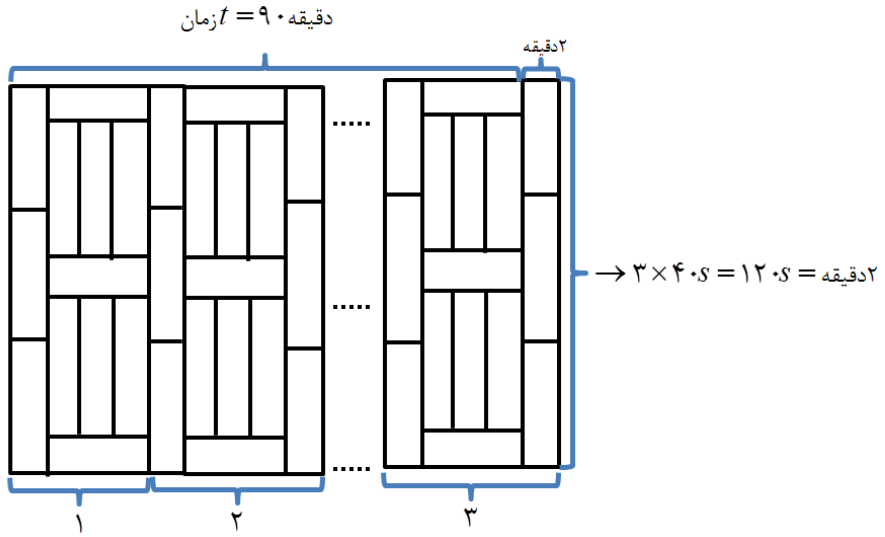
۳- استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

۴- این آزمون شامل ۸ سؤال می باشد که در ۴ صفحه تنظیم شده است.

خانه ریاضیات شهر : .....

مشخصات اعضای تیم: ۱-..... ۲- ..... ۳-.....

ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	مساحت مثلث ABC که مختصات سه رأس آن $A=\begin{bmatrix}-۳۰\\ ۵۰\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}۵۰\\ ۱۰\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}۰\\ -۷۰\end{bmatrix}$ می‌باشد را بدست آورید. حل:با توجه به شکل مساحت مستطیل را پیدا و مساحت سه مثلث مشخص شده را از آن کم می‌کنیم.  مستطیل $S=۸۰\times ۱۲۰=۹۶۰۰$ ناحیه ۱ $S=\frac{۴۰\times ۸۰}{۲}=۱۶۰۰$ ناحیه ۲ $S=\frac{۸۰\times ۵۰}{۲}=۲۰۰۰$ ناحیه ۳ $S=\frac{۳۰\times ۱۲۰}{۲}=۱۸۰۰$ $S_{ABC}=۹۶۰۰-(۱۶۰۰+۲۰۰۰+۱۸۰۰)=۴۲۰۰$	۴
۲	در شکل مقابل، قرینه نقطهٔ A را نسبت به خط d رسم کنید و آن را C بنامید سپس نقطهٔ C را به نقطهٔ B وصل کنید. تا خط d را در نقطه M قطع کند سپس در نقطهٔ M خط عمودی بر BC رسم کنید و آن را d' بنامید. نشان دهید. زاویه تند بین خطهای d و d' با زاویه ACB برابر است. حل:زاویه ACB و زاویه DMC متمم یکدیگرند. همچنین زوایای DMC و زاویه تند بین خطهای d و d' متمم یکدیگرند. پس دو زاویه ACB و زاویه تند بین خطهای d و d' که یک متمم دارند. باهم مساویند.   	۲

۳	یک استاد کاشیکار، دیواری را با کاشی‌های هم اندازه‌ی مستطیلی به صورت مقابل کاشیکاری کرد، از سمت چپ به صورت شکل شروع کرد و تا شکل سمت راست پایان یافت. این استاد اگر برای هر کاشی عمودی ۴۰ ثانیه و برای هر کاشی افقی ۳۰ ثانیه زمان صرف کند. کل دیوار را در ۹۲ دقیقه به پایان می‌رساند. در این کاشیکاری چند کاشی عمودی به کار رفته است؟ حل: ۲ دقیقه $=120s=3\times40s$ در هر الگوی تکراری ۹ کاشی عمودی و ۳کاشی افقی وجود دارد. $[(9\times40s)+(3\times30s)]\times n=90\times60s\rightarrow n=12$ **الگوی تعداد مستطیل‌های عمودی برابر است با $9n+3$ بنابراین:** $9\times12+3=111$  	۴
۴	**با تعدادی قطعه چوب نازک که طول آن‌ها اعدادی طبیعی و در زیر آمده‌است یک مربع ساخته‌ایم.** **الف)۱۴قطعه چوب به طول a** **ب)۴ قطعه چوب به طول b** **ج) ۴ تکه چوب به طول $a+b$** **اگرمساحت این مربع۲۲۵ واحد مربع باشد. اندازه a و b را بیابید.** حل:مساحت مربع ۲۲۵ است. پس طول آن ۱۵ و محیط آن ۶۰ است و داریم: $14a+4b+4(a+b)=60\rightarrow18a+8b=60\rightarrow9a+4b=30$ **تنها اعداد طبیعی که در این تساوی صدق می‌کند.** $a=2$ و $b=3$ **است.**	۴

۵	علی و احمد در یک مسیر مستقیم به فاصله۲کیلومتر در مقابل یکدیگر قرار دارند آن‌ها در ساعت ۸صبح با سرعت ثابت به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند. اگر سرعت علی ۰/۵متر بر ثانیه و سرعت احمد ۰/۷۵ متر بر ثانیه باشد. آن‌ها در چه ساعتی به یکدیگر می‌رسند؟ حل: این دو با سرعت $۰/۵+۰/۷۵=۱/۲۵$ متربر ثانیه به یکدیگر نزدیک می‌شوند و لذا $۲۰۰۰\div ۱/۲۵=۱۶۰۰$ یعنی پس از ۱۶۰۰ ثانیه به یکدیگر نزدیک می‌شوند و چون $۱۶۰۰=۲۶\times ۶۰+۴۰$ این دو در ساعت ۸ و ۲۶ دقیقه و ۴۰ ثانیه به یکدیگر می‌رسند.	۴
۶	چند سه تایی از اعداد طبیعی بزرگتر از ۱ وجود دارد که حاصل‌ضرب آنها ۷۵۶ بشود؟ مجموع کدام یک از این سه تایی‌ها از همه بیشتر است؟مجموع کدام‌یک از این سه‌تایی‌ها از همه کمتر است؟ حل:۲۰ تا $۷۵۶=۲^۲\times ۳^۳\times ۷$ عدد سوم عدد دوم عدد اول ۱۱) ۳ ۷ $۲^۲\times ۳^۲$ ۱۲) ۳ ۹ $۲\times ۳\times ۷$ ۱۳) ۳ ۱۲ ۳×۷ ۱۴) ۳ ۱۴ ۲×۳^۲ ۱۵) ۴ ۷ $۳^۲$ ۱۶) ۴ ۹ ۳×۷ ۱۷) ۶ ۶ ۳×۷ ۱۸) ۶ ۷ ۳×۳ ۱۹) ۶ ۹ ۲×۷ ۲۰) ۷ ۹ ۱۲ عدد سوم عدد دوم عدد اول ۱) ۲ ۲ $۳^۳\times ۷$ ۲) ۲ ۳ $۲\times ۳^۲\times ۷$ ۳) ۲ ۶ $۳^۲\times ۷$ ۴) ۲ ۷ ۲×۳^۲ ۵) ۲ ۹ $۲\times ۳\times ۷$ ۶) ۲ ۱۴ $۳\times ۳\times ۳$ ۷) ۲ ۱۸ ۳×۷ ۸) ۳ ۳ $۲^۲\times ۳\times ۷$ ۹) ۳ ۴ $۳^۲\times ۷$ ۱۰) ۳ ۶ $۲^۲\times ۳\times ۷$ مجموع سه عدد در ردیف یک از همه بیشتر و مجموع سه عدد در ردیف ۲۰ از همه کمتر است.	۵

۷	قطاری به طول ۹۰متر در ابتدای یک تونل قرار دارد. اگر این قطار در هر ثانیه ۱۵ متر را طی کند و ۲۶ ثانیه طول بکشد تا به طور کامل از تونل عبور کند طول تونل چقدر است؟ حل: اگر x طول تونل باشدآن‌گاه : $\frac{x+۹۰}{۱۵}=۲۶\rightarrow x+۹۰=۳۹۰\rightarrow x=۳۰۰$	۳
۸	A ——— B در شکل بالا توپی را از نقطه A به طرف نقطه B شلیک می‌کنیم. توپ به نقطه B برخورد می‌کند و سرعتش نصف شده و به طرف A برمی‌گردد و سپس به نقطه A برخورد می‌کند و سرعتش به $\frac{۲}{۳}$ قبل کاهش یافته و به طرف B برمی‌گردد و این عمل ادامه می‌یابد. اگر زمان حرکت گلوله در سومین باری که به نقطه B می‌رسد یک دقیقه و چهل و پنج ثانیه طول کشیده باشد. زمان حرکت آن در اولین باری که به نقطه B رسیده چقدر بوده است؟ حل: اگر t زمانی باشد که توپ برای اولین بار به B می‌رسد زمان رسیدن توپ از B به A در بار اول $۲t$ و زمان رسیدن توپ از A به B در بار دوم $۳t$ و زمان رسیدن توپ از B به A در بار دوم $۶t$ و زمان رسیدن توپ از A به B در بار سوم $۹t$ است بنابراین: $t+۲t+۳t+۶t+۹t=۱۰۵\rightarrow ۲۱t=۱۰۵\rightarrow t=۵$	۴

دانش آموزان عزیز، خسته نباشید، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید