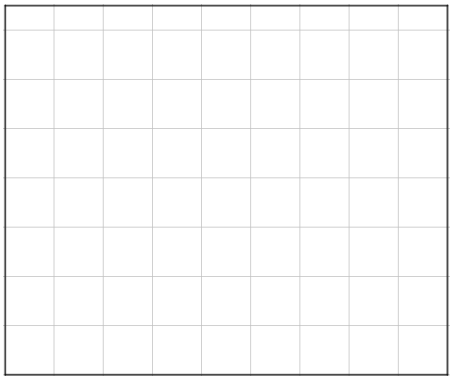
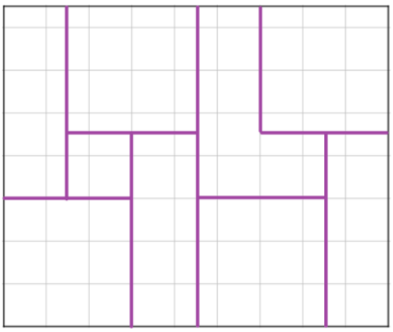
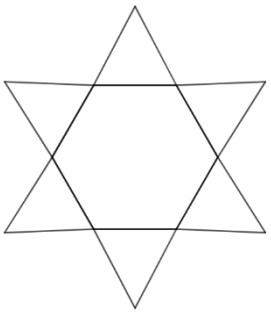
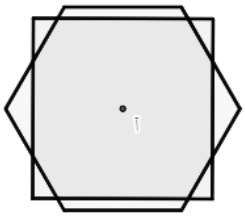
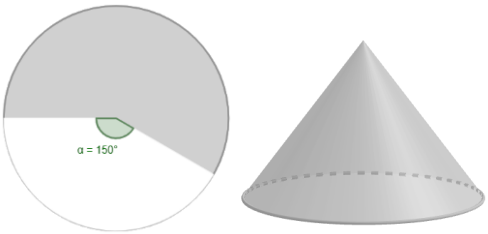
دانش‌آموزان عزیز با آرزوی موفقیت برای شما در مرحله سوم مسابقه متر، لطفا به موارد زیر توجه نمایید: ۱- اعضای هر تیم پس از تفکر و مشورت با یکدیگر **راه حل کامل** هر سوال را با خط خوانا زیر آن سوال بنویسند. ۲- هر تیم باید به ۸ سوال پاسخ دهد. ۳- استفاده از ماشین حساب ممنوع است. ۴- این آزمون شامل ۸ سوال با جمع ۳۰ امتیاز است.	نام و نام خانوادگی اعضای تیم: ۱- ۲- ۳- نام خانه ریاضیات:

ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	می‌خواهیم کف یک حمام مستطیل شکل به طول و عرض ۱/۸ و ۱/۵ متر را با کاشی‌های مستطیلی زیر فرش کنیم: الف) چهار کاشی به طول و عرض ۹۰ و ۳۰ سانتی‌متر ب) چهار کاشی به طول و عرض ۶۰ سانتی‌متر ج) دو کاشی به طول و عرض ۳۰ سانتی‌متر این کار را چنان انجام دهید که کاشی‌کاری مرکز تفارن داشته باشد. (در کادر زیر مساحت هر مربع کوچو ۴۰۰ سانتی مربع است).  پاسخ: در شکل زیر یک نمونه پاسخ دیده می‌شود. 	۳
۲	در کوچه ما ۸۷ خانه وجود دارد. خانه‌هایی که در سمت راست کوچه قرار گرفته‌اند با اعداد زوج متوالی شماره‌گذاری شده‌اند. شماره اولین خانه در این سمت ۲ است. خانه‌هایی که در سمت چپ قرار گرفته‌اند با اعداد فرد متوالی شماره‌گذاری شده‌اند. شماره‌ی اولین خانه در این سمت ۱ است. خانه‌ی ما آخرین خانه در سمت راست این کوچه است و با عدد ۶۸ شماره‌گذاری شده است. شماره‌ی آخرین خانه در سمت چپ کوچه چیست؟ پاسخ: خانه‌هایی که پلاک زوج دارند از شماره ۲ تا ۶۸ هستند. پس تعداد این خانه‌ها برابر است با: $68 \div 2 = 34$ از طرفی کل خانه‌ها در این کوچه برابر است با ۸۷ خانه. پس تعداد خانه‌های با پلاک فرد برابر است با: $87 - 34 = 53$ پلاک این خانه‌ها از شماره ۱ شروع شده و از الگوی اعداد فرد پیروی می کنند پس شماره آخرین خانه در سمت چپ کوچه برابر است با: $2 \times 53 - 1 = 105$	۳

۳	در شکل زیر مجموع محیط مثلث‌ها سه برابر محیط شش ضلعی است (اضلاع شش ضلعی مساویند). اگر همه مثلث‌ها هم‌شکل و متساوی‌الساقین باشند، اندازهٔ زاویه رأس مثلث‌ها را حساب کنید.  پاسخ: چون شش ضلعی منتظم است و همه اضلاع برابرند و همه مثلث‌ها نیز با هم برابرند پس در هر مثلث متساوی الساقین، محیط مثلث سه برابر اندازه ضلع قاعده است (که با ضلع شش ضلعی مشترک است). یعنی در هر مثلث مجموع اندازه ساق‌ها دو برابر ضلع قاعده است. اما از آنجا که اندازه ساق‌های مثلث برابر هستند، در نتیجه همه اضلاع مثلث برابرند. بنابراین همه زاویه‌هایش نیز با هم برابرند. از آنجا که مجموع زاویه‌ها در مثلث ۱۸۰ درجه است پس اندازه زاویه هر راس از مثلث برابر است با: $180 \div 3 = 60$ درجه	۳
۴	اعداد طبیعی ۱تا ۱۰ روی تخته سیاه نوشته شده‌اند دانش‌آموزان کلاس این بازی را انجام می‌دهند: هر دانش‌آموز به نوبت، دو تا از عددهای روی تخته را پاک می‌کند و از حاصل جمع آن دو عدد یکی کم کرده و پاسخ را روی تخته می‌نویسد. بازی تا وقتی ادامه دارد که فقط یک عدد روی تخته باقی بماند. الف) بعد از چند مرحله بازی تمام می‌شود؟ (۱ امتیاز) پاسخ: چون ۱۰ تا عدد روی تخته هست، این بازی در ۹ مرحله تمام می‌شود. یعنی بعد از ۹ مرحله فقط یک عدد رو تخته باقی می‌ماند. ب) دانش‌آموزان بعد از آن که چند بار بازی را انجام دادند، متوجه شدند در پایان همیشه یک عدد ثابت روی تخته باقی می‌ماند. آن عدد چیست و چرا این طور می‌شود؟ (۳ امتیاز) پاسخ: در ابتدا مجموع اعداد روی تخته ۵۵=۱۰+۹+...+۲+۱ است. در هر مرحله دوتا از این اعداد حذف شده و مجموع آن‌ها منهای یک روی تخته نوشته می‌شود. بنابراین با هر مرحله بازی از تعداد اعداد نوشته شده روی تخته و مجموع تمام اعداد روی تخته یکی کم می‌شود. چون ۱۰ تا عدد روی تخته نوشته شده است، پس این بازی بعد از ۹ مرحله تمام می‌شود. بنابراین در این ۹ مرحله ۹ واحد از مجموع تمام اعداد روی تخته کم می شود: ۴۶=۹-۵۵ بنابراین فارغ از نحوه انتخاب اعداد در هر مرحله عدد نهایی در پایان بازی ۴۶ است.	۴
۵	در شکل زیر نقطه آ مرکز تقارن مربع و شش‌ضلعی منتظم را نشان می‌دهد. می‌دانیم اندازه ضلع مربع ۱۰ سانتی‌متر است و هنگامی که مربع روی شش‌ضلعی قرار می‌گیرد، حدود ۸۴/۶ درصد از مساحت شش‌ضلعی دیده نمی‌شود. همچنین وقتی شش‌ضلعی روی مربع قرار می‌گیرد، حدود ٪۹۴ از مساحت مربع پوشانده می‌شود. مساحت شش ضلعی را حساب کنید. پاسخ: مساحت مربع برابر است با ۱۰۰ سانتی‌متر مربع.  همچنین می‌دانیم هنگامی که شش ضلعی روی مربع قرار می‌گیرد، ۹۴٪ از مربع دیده نمی‌شود. پس مساحت قسمت مشترک بین دو شکل برابر است با ۹۴ سانتی‌متر مربع. از طرفی وقتی مربع روی شش ضلعی قرار می‌گیرد ۸۴/۶ درصد از شش ضلعی دیده نمی شود. یعنی این ۹۴ سانتی‌متر مربع معادل ۸۴/۶ درصد است. با تشکیل یک تناسب به راحتی می‌توان مساحت شش ضلعی را به دست آورد: **مساحت (سانتی‌متر مربع)** | **درصد** ۹۴ | ۸۴/۶ **۱۱۱/۱** | ۱۰۰	۴

۶	در مرحله دوم انتقال آب از دریای عمان به اصفهان باید ۹۲۰ کیلومتر لوله گذاری شود. قطر دهانه لوله‌ها ۲ متر و ضخامت لوله‌ها ۱۴ میلیمتر است. وزن کل لوله‌های مسیر ۸۷۰۰۰۰ تن می‌باشد (اعداد را در محاسبات زیر تا ۱ رقم اعشار گرد کنید). الف) اگر طول هر شاخه لوله به کار رفته را ۱۲ متر در نظر بگیریم مساحت ورق بکار رفته در هر شاخه لوله را حساب کنید. (۲ امتیاز) پاسخ: **مترمربع** $۷۵/۳۶ \approx ۷۵$ **مساحت ورق** $\Rightarrow ۶/۲۸ = ۶/۲۸ \times ۱۲ =$ **محیط دهانه لوله** $= ۲ \times ۳/۱۴ =$ ب) وزن هر شاخه لوله را بر حسب کیلوگرم حساب کنید. (۲ امتیاز) پاسخ: در این پروژه ۹۲۰،۰۰۰ متر لوله‌گذاری شده است زیرا $۹۲۰ \times ۱۰۰۰ = ۹۲۰۰۰۰$ از طرفی تعداد لوله‌ها برابر است با: **تعداد شاخه لوله** $۷۶۶۷ = ۱۲ \div ۹۲۰۰۰۰$ **متر مسیر لوله** در نتیجه وزن هر شاخه از لوله برابر است با: $۸۷۰۰۰۰ \div ۷۶۶۶۷ = ۱۱/۳۴ \approx ۱۱$ **تن** ج) در این مرحله قرار است در مدت یکسال، ۴۰۰.۰۰۰.۰۰۰ مترمکعب آب از دریای عمان به اصفهان انتقال پیدا کند. حساب کنید در هر دقیقه چند متر مکعب آب به اصفهان منتقل می‌شود. (۲ امتیاز) **پاسخ:** **متر مکعب در هر دقیقه** $۷۶۱ = ۵۲۵۶۰۰ \div ۴۰۰۰۰۰۰۰۰ \Rightarrow$ **دقیقه** $۳۶۵ \times ۲۴ \times ۶۰ = ۵۲۵۶۰۰$	۶
۷	یک ماجراجو به نام کیوان تلاش می‌کند تا وارد قلعه‌ی جادو شود. او در مسیر خود دو نوع معجون جادویی پیدا کرده است: یک معجون آبی و یک معجون سرخ. اول در کلبه‌های قدیمی نزدیک قلعه می‌تواند رنگ و تعداد آن‌ها را طبق قوانینی تغییر دهد: معجون سرخ را می‌توان در کلبه‌ی شمالی تبدیل به ۴ معجون آبی کرد و معجون آبی را می‌توان در کلبه‌ی جنوبی تبدیل به ۳ معجون سرخ کرد. کیوان زمانی می‌تواند وارد قلعه شود که برای ۳۱ نگهبان قلعه، ۳۱ معجون داشته باشد. الف) او پس از حداقل چند بار وارد شدن به کلبه‌ها می‌تواند ۳۱ معجون داشته باشد؟ توضیح دهید هر بار چطور معجون‌ها را جابجا می‌کند. (۲.۵ امتیاز) پاسخ: یک پاسخ احتمالی آن است که هر بار به نوبت یک دور وارد کلبه شمالی و یکبار وارد کلبه جنوبی شود و پس از کیوان پس از ۱۲ بار تبدیل معجون‌ها ۳۱ معجون داشته باشد. اما این کمترین مقدار نیست. در واقع کیوان به صورت زیر با ۱۱ بار وارد شدن به کلبه‌ها میتواند به ۳۱ معجون برسد: | شروع	۱.کلبه ش	۲.کلبه ج	۳.کلبه ش	۴.کلبه ش	۵.کلبه ش	۶.کلبه ج	۷.کلبه ش	۸.کلبه ش	۹.کلبه ش	۱۰.کلبه ج	۱۱.کلبه ج
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
۱ آ	۵ آبی	۴ آبی	۸ آبی	۱۲ آبی	۱۶ آبی	۱۵ آبی	۱۹ آبی	۲۳ آبی	۲۷ آبی	۲۶ آبی	۲۵ آبی
۱ س	۰ سرخ	۳ سرخ	۲ سرخ	۱ سرخ	۰ سرخ	۳ سرخ	۲ سرخ	۱ سرخ	۰ سرخ	۳ سرخ	۶ سرخ | در صورتی که گروهی با ۱۲ بار به ۳۱ معجون برسد ۱ نمره و در صورت رسیدن به ۱۱ بار استفاده از کلبه‌ها ۲ نمره کامل را می‌گیرد. ب) کیوان هنگام وارد شدن به قلعه چند معجون سرخ و چند معجون آبی دارد؟ (۰.۵ امتیاز) پاسخ: با توجه به قسمت الف، ۲۵ معجون آبی و ۶ معجون سرخ خواهد داشت. ج) آیا امکان دارد او به طریقی وارد کلبه‌ها شود تا تعداد معجون‌های سرخ و آبی برابر باشند؟ (۱ امتیاز) پاسخ: خیر. ۳۱ یک عدد فرد است. پس تعداد معجون‌های سرخ و آبی نمی‌تواند برابر باشد و در عین حال مجموع آنها ۳۱ باشد.	۴

۸	برای تهیه کلاه بوقی (مانند شکل سمت راست) باید قِطاعی از یک دایره را (مانند شکل سمت چپ) بُرید و لبه‌های ایجاد شده را به هم چسباند. آرشیدا می‌خواهد برای تولد بردارش یک کلاه بوقی درست کند. او یک دایره به شعاع ۲۰ سانتی‌متر دارد و زاویه قطاعی که او از این دایره جدا کرده است، ۱۵۰ درجه است (کلاه آرشیدا از قسمت خاکستری شکل ایجاد شده است). الف) مساحت کلاه بوقی چقدر است؟ (۲ امتیاز) پاسخ: مساحت کل دایره برابر است با: $20 \times 20 \times 3.1 = 1240$ سانتی متر مربع کافی است یک نسب تشکیل دهیم تا مساحت کلاه بوقی را پیدا کنیم: **مساحت (سانتی‌متر مربع)** | **درجه** **۷۲۳** | ۲۱۰ ۱۲۴۰ | ۳۶۰ ب) آرشیدا می‌خواهد لبه پایین کلاه بوقی را با نوار چسب رنگی تزیین کند. او به چند سانتی‌متر نوار چسب رنگی نیاز دارد؟ در محاسبات خود عدد پی را ۳/۱ درنظر بگیرید. (۲ امتیاز) پاسخ: برای به دست آوردن اندازه لبه کلاه بوقی ابتدا باید محیط کل دایره اولیه را به دست آورد: $20 \times 2 \times 3.1 = 124$ سانتی متر مجددا با تشکیل یک جدول تناسب می‌توان پاسخ مسئله را به دست آورد: **محیط (سانتی‌متر مربع)** | **درجه** **۷۲.۳** | ۲۱۰ ۱۲۴ | ۳۶۰ 	۴

دانش‌آموزان عزیز، خسته نباشید، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید!