مرحله سوم چهارمین مسابقه متر (بخش کتبی)

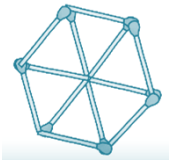
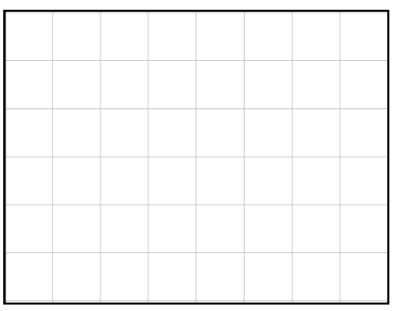
پایه پنجم

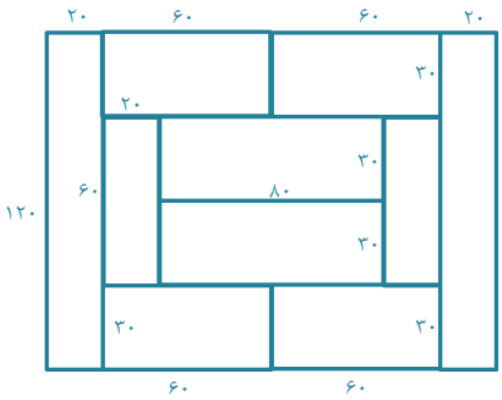
تاریخ :۱۴۰۴/۵/۳ وقت : ۹۰ دقیقه

شورای خانه های ریاضیات ایران

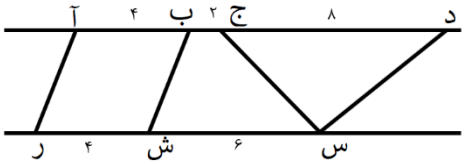
MTC Mathematicas Team Competition مسابقه تیمی ریاضی متر

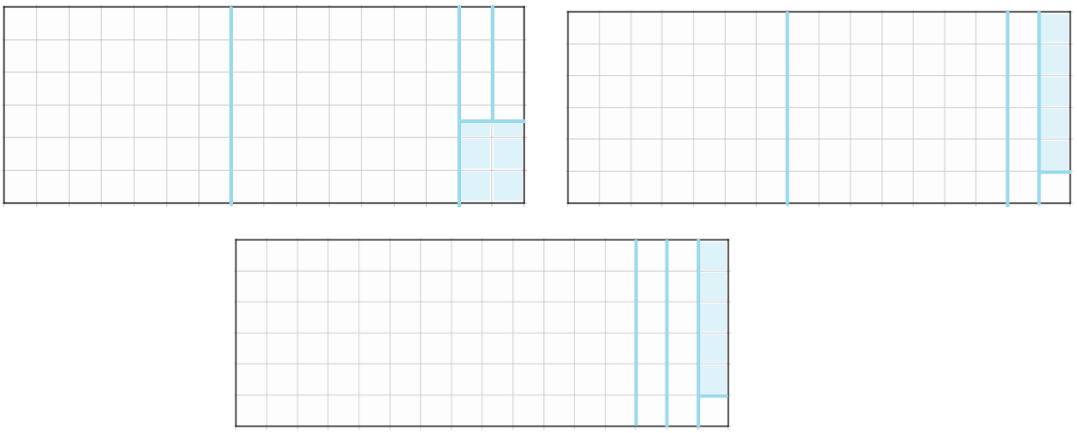
دانش‌آموزان عزیز با آرزوی موفقیت برای شما در مرحله سوم مسابقه متر، لطفا به موارد زیر توجه نمایید: ۱- اعضای هر تیم پس از تفکر و مشورت با یکدیگر **راه حل کامل** هر سوال را با خط خوانا زیر آن سوال بنویسند. ۲- هر تیم باید به ۸ سوال پاسخ دهد. ۳- استفاده از ماشین حساب ممنوع است. ۴- این آزمون شامل ۸ سوال با جمع ۳۰ امتیاز است.	نام و نام خانوادگی اعضای تیم: ۱- ۲- ۳- نام خانه ریاضیات:

ردیف	سؤالات	امتیاز
۱	برای ساختن ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع که ضلع هر کدام یک چوب کبریت است، حداقل به چند چوب کبریت نیاز داریم؟ (شکل بکشید.) پاسخ: ۱۲ چوب کبریت مطابق با شکل زیر. برای حالتی که هر مثلث فقط با یک مثلث دیگر دارای ضلع مشترک باشد، به ۱۳ چوب کبریت نیاز است. در صورت رسیدن به این عدد با توجه به این که حداقل تعداد چوب کبریت ها به دست نیامده است، فقط ۱ نمره در نظر گرفته شود. 	۲
۲	چند لیتر سرکه به ارزش هر لیتر ۶۰ هزار تومان را با چند لیتر سرکه به ارزش هر لیتر ۵۰ هزار تومان باید ترکیب کرد تا ۱۶ لیتر سرکه به ارزش ۸۵۰ هزار تومان به دست آید؟ پاسخ: به کمک راهبرد حدس و آزمایش می‌توان به پاسخ این مسئله دست یافت برای مثال چد مورد حدس تا رسیدن به جواب در جدول زیر آورده شده است: حدس اول | حدس دوم | حدس سوم ۸ لیتر سرکه ۶۰ هزاری | ۷ لیتر سرکه ۶۰ هزاری | ۵ لیتر سرکه ۶۰ هزاری ۸ لیتر سرکه ۵۰ هزاری | ۹ لیتر سرکه ۵۰ هزاری | ۱۱ لیتر سرکه ۵۰ هزاری ۱۶ لیتر سرکه به ارزش ۸۸۰ هزار | ۱۶ لیتر سرکه به ارزش ۸۷۰ هزار | ۱۶ لیتر سرکه به ارزش ۸۵۰ هزار	۳
۳	می‌خواهیم کف یک حمام مستطیل شکل به طول و عرض ۱/۶ و ۱/۲ متر را با کاشی‌های مستطیل شکل زیر کاشی کنیم. - دو کاشی به طول و عرض ۱۲۰ و ۲۰ سانتی‌متر - دو کاشی به طول و عرض ۶۰ و ۲۰ سانتی‌متر - چهارکاشی به طول و عرض ۶۰ و ۳۰ سانتی‌متر - دو کاشی به طول و عرض ۸۰ و ۳۰ سانتی‌متر این کار را چنان انجام دهید که کاشی‌کاری خط تقارن داشته‌باشد. (در کادر زیر مساحت هر مربع کوچک را ۴۰۰ سانتی مربع درنظر بگیرید). پاسخ: یک نمونه پاسخ در شکل زیر آورده شده است. 	۴



۴	یک مخزن دارای دو لوله آب ورودی و تخلیه است. وقتی لوله تخلیه بسته باشد، ۸ ساعت طول می‌کشد تا مخزن خالی از آب پر شود. وقتی لوله ورودی بسته و لوله تخلیه باز باشد، ۶ ساعت طول می کشد تا مخزن پر از آب، خالی شود. الف) اگر هر دو لوله همزمان باز باشند، چقدر طول می کشد تا مخزن پر، خالی شود؟ (۲ امتیاز) پاسخ: در یک ساعت، وقتی لوله ورودی به تنهایی باز باشد به اندازه $\frac{1}{8}$ مخزن خالی را آب می‌کند. همچنین در یک ساعت، وقتی لوله تخلیه به تنهایی باز باشد به اندازه $\frac{1}{6}$ مخزن پر از آب را خالی می‌کند. پس زمانی که هر دو لوله باز باشند پس از یک ساعت داریم $$\frac{1}{6}-\frac{1}{8}=\frac{4}{24}-\frac{3}{24}=\frac{1}{24}$$ یعنی $\frac{1}{24}$ از مخزن خالی می‌شود. پس برای خالی شدن کل مخزن ۲۴ ساعت لازم است. ب) همزمان لوله آب و فلکه خروجی آب را باز می‌کنیم پس از ۵ ساعت لوله ورودی را می‌بندیم. حساب کنید. چند ساعت و چند دقیقه طول می‌کشد تا مخزن کاملاً خالی شود. (۳ امتیاز) پاسخ: با توجه به قسمت الف پس از ۵ ساعت $\frac{5}{24}$ مخزن خالی شده است. یعنی $\frac{19}{24}$ از آب مخزن هنوز باقی مانده است. با توجه به این که پس از گذشت این ۵ ساعت، فقط لوله تخلیه باز می‌ماند و این لوله هم در هر ساعت، $\frac{1}{6}$ مخزن را خالی می‌کند، کافی است حاصل زیر را به دست آوریم: $$\frac{19}{24}\div\frac{1}{6}=\frac{19}{4}=4\frac{3}{4}=4\frac{45}{60}$$ برای به دست آوردن دقیقه، در گام آخر، کسر مساوی با مخرج ۶۰ نوشته شده است. پس بعد از ۴ ساعت ۴۵ دقیقه مخزن خالی می‌شود.	۵

۵	محل عبور عابر پیاده در عرض خیابان با نوارهای سفید، رنگ می‌شوند. در خیابان مهر، ۷ نوار ۱/۸متری با پهنای ۵۰ سانتی‌متر رنگ شده است. فاصله بین نوارهای سفید نیز ۵۰ سانتی‌متر است و نوارهای سفید با همین فاصله از پیاده رو رنگ شده‌اند. الف) عرض خیابان مهر چند متر است؟ (۱.۵ امتیاز) پاسخ: با توجه به اطلاعات مسئله، در کل ۷ نوار سفید ۵۰ سانتی‌متری و ۸ فاصله ۵۰ سانتی متری بین نوارها و جدول خیابان وجود دارد مانند شکل زیر که در آن قسمت‌هایی که خاکستری است رنگ آسفالت خیابان را نشان می‌دهد.  بنابراین عرض خیابان مهر برابر است با: $15 \times 0.5 = 7.5$ متر ب) تعداد نوارهای سفید خیابان سروش، دو برابر تعداد نوارهای سفید خیابان مهر است (پهنا و فاصله نوارهای سفید رنگ شده در هر دو خیابان را یکسان در نظر بگیرید). بررسی کنید آیا عرض خیابان سروش دو برابر عرض خیابان مهر است؟ (۱.۵ امتیاز) پاسخ: با توجه به قسمت الف، تعداد نوارهای سفید، یکی بیشتر از نوار خاکستری رنگ است. پس عرض خیابان سروش برابر است با: $(14 + 15) \times 0.5 = 14.5$ متر از جواب‌های به دست آمده متوجه می‌شویم که پاسخ قسمت ب، خیر است. ج) به طور تقریبی برای هر ۸ متر مربع، یک کیلوگرم رنگ مصرف می‌شود. حساب کنید برای رنگ کردن نوارهای عابرپیاده در ابتدای خیابان سروش چند کیلوگرم رنگ استفاده شده است؟ (۱.۵ امتیاز) پاسخ: در خیابان سروش ۱۴ نوار داریم که طول آنها ۱.۸ و عرضشان ۰.۵ متر است. پس مساحت کل نوارها برابر است با: $14 \times 1.8 \times 0.5 = 12.6$ متر مربع به کمک جدول تناسب یا تقسیم می‌توان میزان رنگ مورد نیاز را به دست آورد: $12.6 \div 8 = 1.57$ متر مربع	 ۴.۵
۶	با توجه به این که دو خط افقی بالا و پایین در شکل زیر موازی هستند، همه ذوزنقه‌هایی را می‌بینید، نام ببرید. (۱ امتیاز) پاسخ: با توجه به شکل، ذوزنقه‌ها عبارتند از: جبس‌ش - د ب ش س – ج آرس - د س رآ ب) مساحت هر کدام از ذوزنقه‌ها چند برابر مساحت ذوزنقه جبس‌ش است؟ برای هر کدام راه حلتان را جداگانه و کامل بنویسید. (۳ امتیاز) پاسخ: اندازه ارتفاع نظیر به قاعده‌های جب و سش در ذوزنقه جبس‌ش همان فاصله بین دو خط موازی است که برابر با ارتفاع مثلث دجس و برابر با ارتفاع متوازی الاضلاع بآشر نیز هست. در نتیجه طبق روابط زیر مساحت این سه شکل برابر است: $\frac{(2+6)}{2} \times \text{ارتفاع} = 4 \times \text{ارتفاع} = \frac{8}{2} \times \text{ارتفاع}$ لذا نتیجه می‌گیریم: - مساحت ذوزنقه دبس‌ش دو برابر مساحت ذوزنقه جبس‌ش - مساحت ذوزنقه جآرس دو برابر مساحت ذوزنقه جبس‌ش - مساحت ذوزنقه دس‌رآ سه برابر مساحت ذوزنقه جبس‌ش 	۴

۷	می‌خواهیم با موکت به طول و عرض ۸ و ۳ متر اتاقی به طول و عرض ۶/۵ و ۳/۵ متر را موکت کنیم. الف) به نظر شما چطور این کار را انجام دهیم. روش تقسیم‌بندی موکت را در شکل نشان دهید و توضیح دهید چرا چنین روشی را انتخاب کرده اید.. توجه کنید در کادر زیر مساحت هر مربع کوچک ۰/۲۵ متر مربع است. (۲ نمره) پاسخ: در شکل‌های زیر چند نمونه پاسخ را می‌بینید. همه این روش‌ها درست هستند و تا اینجا ۱.۵ نمره به آنها تعلق می‌گیرد. اما اگر دانش‌آموزان درمورد این که چرا یک روش را انتخاب کرده‌اند توجیهاتی بیاورند، در این صورت ۰.۵ دیگر برای استدلالشان اختصاص دهید. ب) مساحت موکت باقی‌مانده را بر حسب سانتی‌متر مربع دست آورید. (۱ نمره) پاسخ: فارق از این که چه روش استفاده شود در هر صورت مساحت باقی‌مانده برابر است با: $3 \times 8 - 3.5 \times 6.5 = 1.25$ سانتی متر مربع  ج) چند درصد از مساحت موکت استفاده می‌شود؟ (۱ نمره) | مساحت (سانتی‌متر مربع)	درصد
---	---
۲۴	۱۰۰
۲۲.۷۵	$\cong 95$ | 	۴
۸	در یک مرکز تحقیقاتی، ۱۴ پژوهشگر با یک دستگاه پیشرفته آزمایشگاهی کار می‌کنند. هر بار فقط ۵ پژوهشگر می‌توانند به طور همزمان با دستگاه کار کنند. یک دوره کاری با دستگاه برای ۵ پژوهشگر، ۴۸ دقیقه طول می‌کشد. الف) اگر قرار باشد زمان استفاده از دستگاه به طور دقیق و مساوی بین همه پژوهشگران تقسیم شود، در یک دور کامل که همه پژوهشگران با دستگاه کار کرده باشند، هر پژوهشگر چند دقیقه با دستگاه کار خواهد کرد؟ (۱.۵ امتیاز) پاسخ: کل زمان کار برای دستگاه در دور کامل که هر بار ۵ پژوهشگر با آن کار کرده باشند برابر است با: 48 دقیقه $\times 5 = 240$ دقیقه از طرفی تعداد کل پژوهشگران برابر است با ۱۴ نفر، پس سهم هر یک می‌شود: 240 دقیقه $\div 14 \cong 17.14$ دقیقه که برابر است با ۱۷ دقیقه و حدود ۸ ثانیه (یا ۹ ثانیه) ب) فرض کنید ۴ پژوهشگر متخصص هستند و هر کدام باید حداقل ۳۵ دقیقه روی دستگاه کار کنند تا نتایج دقیق‌تری به دست آید. باقی پژوهشگران باقی زمان را به طور مساوی تقسیم می‌کنند. در این شرایط، هر یک از پژوهشگران غیرمتخصص چند دقیقه فعالیت خواهند داشت؟ (۲.۵ امتیاز) پاسخ: زمان لازم برای ۴ پژوهشگر متخصص برابر است با:	۴

دقیقه $140 = 4 \times$ دقیقه 35

بنابراین زمان باقی مانده برای پژوهشگران غیرمتخصص برابر است با:

دقیقه $240 - 140 = 100$

و چون ۱۰ پژوهشگر غیرمتخصص داریم سهم هر کدام می‌شود:

دقیقه $100 \div 10 = 10$

دانش‌آموزان عزیز، خسته نباشید، لطفا دقت کنید که پاسخ هر سؤال را به طور کامل نوشته باشید. شاد و پیروز باشید!