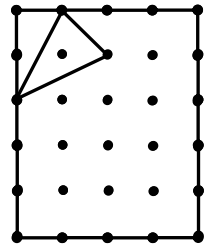
پاسخنامه هفتم شفاهی– عملی مرحله سوم کشوری–مرداد ۱۴۰۳

۱- نقطه A را با برداری که مختصات ابتدایی آن $\begin{bmatrix}-۱\\۵\end{bmatrix}$ و مختصات انتهایی آن $\begin{bmatrix}-۷\\۲\end{bmatrix}$ است به نقطه $\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲}\\-\frac{۳}{۴}\end{bmatrix}$ انتقال داده‌ایم. مختصات نقطه A را بیابید.(۲امتیاز)

پاسخ: مختصات بردار فوق برابر $\begin{bmatrix}-۷-(-۱)\\۲-۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۶\\-۳\end{bmatrix}$ است . اگر $A=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$ باشد. داریم

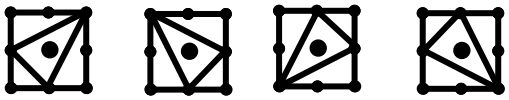
$$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۶\\-۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲}\\-\frac{۳}{۴}\end{bmatrix}$$ که نتیجه خواهد داد. $x=\frac{۱۳}{۲}$, $y=\frac{۹}{۴}$ پس $A=\begin{bmatrix}\frac{۱۳}{۲}\\\frac{۹}{۴}\end{bmatrix}$

۲- در جدول روبرو چند مثلث دیگر همنهشت با مثلث رسم شده‌می‌توان رسم‌کرد، که رأس‌های آن‌ها روی نقاط مشخص شده‌باشد؟(۳امتیاز)



پاسخ: در این جدول تعداد $۳\times۴=۱۲$ تا جدول کوچک

به صورت وجود دارد  و در این جدول کوچک ۴ تا مثلث همنهشت با این مثلث می‌توان رسم کرد.



بنابراین در کل $۱۲\times۴=۴۸$ مثلث همنهشت وجود دارد پس۴۷ مثلث همنهشت با این مثلث در این جدول می‌توان رسم کرد.

۳-مهره‌ای در نقطه $(۰,۰)$ قرار دارد. علی در هر حرکت مجاز است از نقطه‌ای که در آن قرار دارد روی قطر یکی از مربع‌های یک در یک مجاور آن نقطه حرکت کند تا به نقطه جدید برسد. مثلاً از نقطه $(۳,۳)$ می‌تواند به یکی از نقطه‌های $(۴,۴)$ یا $(۴,۲)$ یا $(۲,۴)$ یا $(۲,۲)$ برود. او پس از تعدادی حرکت به نقطه $(۱۹,۱۹)$ رسید. اگر مجموع طول تمام نقطه‌هایی که از آن‌ها عبور کرده ۲۱۴ و مجموع عرض این نقطه‌ها ۱۹۲ باشد. مسیر احتمالی حرکت او را مشخص کنید.(۴امتیاز)

پاسخ: مختص طول و همچنین عرض حداقل یک بار اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ... و ۱۹ را خواهند داشت.

پس کمترین مقدار مجموع طول‌ها و همچنین مجموع عرض‌ها $۱+۲+۳+\ldots+۱۹=۱۹۰$

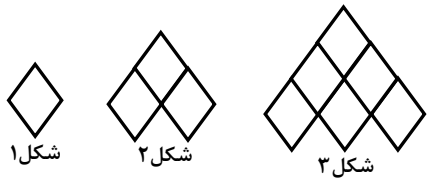
است که طول باید $۲۱۴-۱۹=۲۴$ **و عرض** $۱۹۲-۱۹۰=۲$ **تا اضافه شود و با توجه به نوع حرکت روش‌های مختلفی را می‌توان انتخاب کرد. مثلاً :**

$$(۰,۰)\to(۱,۱)\to(۲,۰)\to(۳,۱)\to(۴,۰)\to(۵,۱)\to(۶,۲)\to(۷,۳)$$
$$\to(۶,۴)\to(۵,۵)\to(۶,۶)\to(۷,۷)\to\ldots\to(۱۹,۱۹)$$
$$۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۶+(۵+۶+\ldots+۱۹)=۳۴+۱۸۰=۲۱۴$$
$$(۱+۱)+(۱+۲+۳+\ldots+۱۹)=۲+۱۹۰=۱۹۲$$

۴- یک نانوا از هر بسته آرد ۶ عدد نان درست می کند و مقداری آرد باقی می گذارد. باقی مانده ی هر ۷ بسته آرد به اندازه ی یک بسته آرد کامل است. او با ۶۲ بسته آرد حداکثر چند عدد نان می تواند بپزد؟(۲امتیاز)

پاسخ: اگر وزن هر نان را x **و وزن باقیمانده هر کیسه آرد** y **بگیریم. باقیمانده هفت کیسه** $۷y$ **و وزن هر کیسه** $۶x+y$ **می‌باشد و داریم** $۷y=۶x+y$ **یا** $x=y$ **پس وزن هرکیسه** $۶x+x=۷x$ **می‌باشد و با هر کیسه می‌توان ۷ نان پخت و با ۶۲ کیسه تعداد** $۶۲\times۷=۴۳۴$ **نان می‌توان پخت**

۵- به الگوی رو به رو دقت کنید

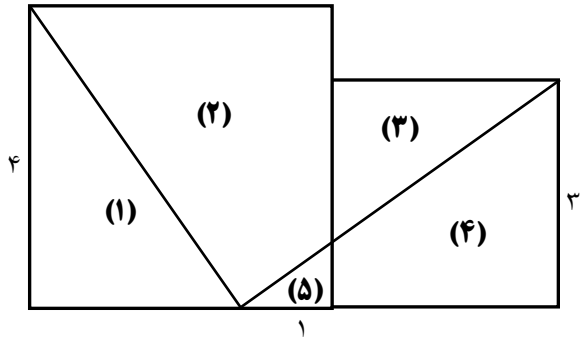


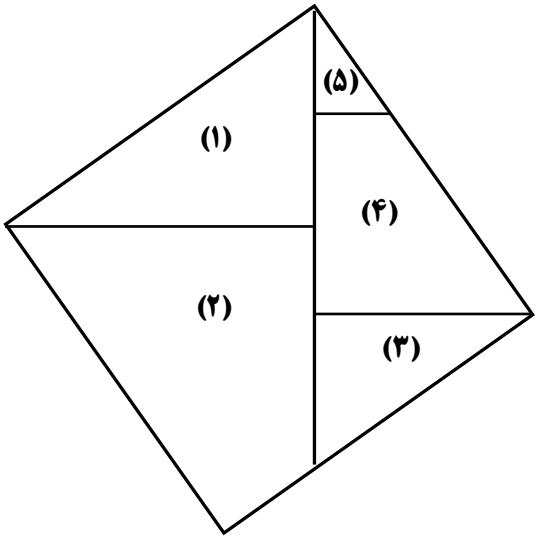
هر شکل از تعدادی پاره خط کوچک درست شده،
مثلاً شکل(۱) از ۴ پاره خط کوچک درست شده است و هر شکل از تعدادی لوزی کوچک تشکیل شده است مثلاً شکل شماره ۳ از ۶ لوزی کوچک تشکیل شده است.
الف) شکل شماره ۱۰ از چند پاره خط کوچک تشکیل شده است؟

پاسخ: در شکل اول تعداد $a_۱ = ۴$ پاره خط کوچک در شکل دوم $a_۲ = a_۱ + ۲ + ۲ \times ۲ = ۱۰$
در شکل سوم $a_۳ = a_۲ + ۲ + ۳ \times ۲ = ۱۸$ در شکل چهارم $a_۴ = a_۳ + ۲ + ۴ \times ۲ = ۲۸$
در شکل n ام، $a_n = a_{n-۱} + ۲ + ۲n$ پاره خط کوچک وجود دارد با ارائه این فرمول داریم:
$a_{۱۰} = ۱۰۸ + ۲ + ۲ \times ۱۰ = ۱۳۰$ پاره خط کوچک وجود دارد.
ب) چندمین شکل در این الگو از ۷۸ لوزی کوچک تشکیل شده است؟ (۴امتیاز)

پاسخ: تعداد لوزی‌های شکل nام برابر $۱ + ۲ + ۳ + \ldots + n = \frac{n(n+۱)}{۲}$ می‌باشد.
پس اگر $\frac{n(n+۱)}{۲} = ۷۸$ آن‌گاه $n(n+۱) = ۱۵۶$ و لذا $n = ۱۲$

۶- دو مربع به اضلاع ۳ و ۴ سانتی متر به شکل زیر به ۵ قسمت برش داده شده‌اند. این قطعات را دوباره کنار هم قرار می‌دهیم تا مربع بزرگتری ساخته شود.
الف- چگونگی کار را با رسم شکل توضیح دهید.





ب- محیط این مربع بزرگ چقدر است؟ (۴امتیاز)
پاسخ: مساحت دو مربع ۹ و ۱۶ و مجموع آن‌ها ۲۵ است. پس مساحت مربع برزگ ۲۵ و طول آن ۵ است.